

**KUNTHAVAI NAACHIYAR GOVT. ARTS COLLEGE (W) (AUTONOMOUS),
THANJAVUR – 7.**

Department of Physics

PROPERTIES OF MATTER AND SOUND

CODE: 18K1P01

1.Unit – I, IV

Ms. A. Jansi Santhosam

Dept. of Physics, KNGAC, TNJ.

2.Unit – II, IV, V

Ms. D. S. Vasanthi

Dept. of Physics, KNGAC, TNJ.

3.Unit – III, IV

Ms. A. Shalini Kruba

Dept. of Physics, KNGAC, TNJ.

Properties of matter and sound

Unit-1 Elasticity

1. Three different moduli of elasticity:

Young modulus (E):

It is defined as the ratio of longitudinal stress to longitudinal strain within elastic limits. Let a wire of length L , and area of cross-section A undergo an increase in length l when a stretching force F is applied in the direction of its length.

Then longitudinal stress = F/A and

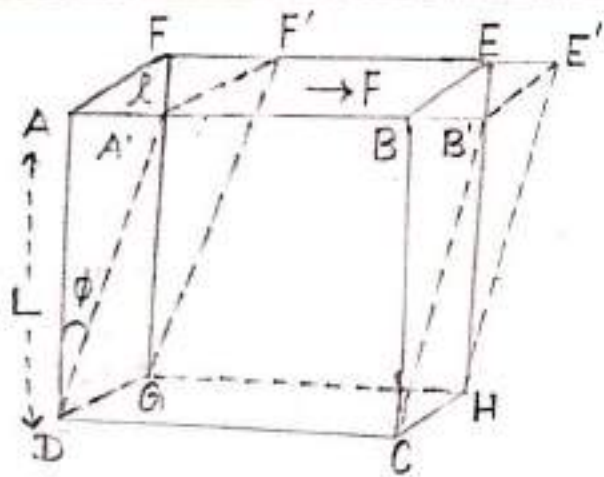
longitudinal strain = l/L .

$$E = \frac{F/A}{l/L} = \frac{FL}{Al}$$

Rigidity modulus (G):

It is defined as the ratio of tangential stress to shearing strain.

Consider a solid cube $ABCDEFGH$. The lower face $CDGH$ is fixed and a tangential force F is applied over the upper face $ABEF$. The result is that each horizontal layer of the cube is displaced, the displacement being proportional to its distance from the fixed plane. Point A is shifted to A' , B to B' , E to E' and F to F' through an angle ϕ , where $AA' = EE' = l$.



Clearly $\phi = l/L$ where l is the relative displacement of the upper face of the cube with respect to the lower fixed face, distant L from it

This angle ϕ through which a line originally perpendicular to the fixed face is turned, is a measure of the shearing strain.

$$\text{Now, Rigidity modulus } (G) = \frac{\text{Tangential stress } F/A}{\text{Shearing strain } \phi}$$

Here, $A = L^2 = \text{Area of face ABEF}$

$$G = T/\phi \text{ where } T = \text{Tangential stress.}$$

Bulk modulus (K):

It is defined as the ratio of volume stress (Bulk stress) to the volume strain.

When three equal stresses (F/A) act on a body in mutually perpendicular directions such that there is a change of volume v in its original volume V . We have stress = pressure $p = F/A$. Volume strain = $-v/V$. The negative sign indicates that if pressure increases volume decreases.

$$\therefore K = \frac{F/A}{v/V} = \frac{P}{-v/V}$$

2. Work done in a strain:

When a body is strained, work is to be done to deform the body. This work done is stored up in the body as potential energy. It can be shown that the work done per unit volume in any kind of strain (linear, shear or bulk) is equal to $[\frac{1}{2} \times (\text{stress}) \times (\text{strain})]$.

(a) Linear strain:

Let a force F act on a wire of length L and area of cross-section A such that the increase is l .

$$\text{Young modulus} = E = \frac{FL}{Al} \text{ or } F = \frac{EAl}{L}$$

$$\text{Work done in producing a stretching } dl = F \cdot dl = \frac{EAl}{L} dl$$

$$\text{Total work done to produce a stretching of the wire from } 0 \text{ to } l \left. \vphantom{\int} \right\} = W = \int_0^l F \cdot dl$$

$$= \int_0^l \frac{EAl}{L} dl = \frac{EA}{L} \left[\frac{l^2}{2} \right]_0^l = \frac{1}{2} \frac{EAl^2}{L} = \frac{1}{2} \cdot \frac{EAl}{L} l = \frac{1}{2} \cdot F \cdot l$$

$$= \frac{1}{2} \times \text{stretching force} \times \text{Elongation produced.}$$

Now, Volume of the wire = $A \cdot L$

Hence work done per unit volume of the wire

$$= \frac{\frac{1}{2} F \cdot l}{AL} = \frac{1}{2} \frac{F}{A} \cdot \frac{l}{L} = \frac{1}{2} \text{ stress} \times \text{strain.}$$

b) shearing strain :

Let a tangential force F , acting in the direction AB of cube $ABCD$ shear it through an angle ϕ . $AD = L$ and $AA' = l$.

$$\text{stress} = F/L^2 \text{ and shearing strain} = \phi = l/L$$

$$G = \frac{F/L^2}{l/L} = \frac{F}{L \cdot l} \text{ or } F = G L l.$$

Work done to displace the layer AB by dl
 $dW = F dl = G L l dl$.

$$\left. \begin{array}{l} \text{Total work done during the} \\ \text{whole displacement from} \\ \text{0 to } l \end{array} \right\} = \int_0^l F dl = \int_0^l G L l dl.$$

$$= \frac{1}{2} G L \cdot l^2 = \frac{1}{2} G L l \cdot l = \frac{1}{2} F \cdot l$$

$$= \frac{1}{2} \text{ Tangential force} \times \text{displacement}$$

Volume of the cube = L^3 .

$$\text{Hence work done per unit volume} = \frac{1}{2} \frac{F l}{L^3} = \frac{1}{2} \frac{F}{L^2} \frac{l}{L}$$

$$= \frac{1}{2} (F/A) \cdot \phi$$

$$= \frac{1}{2} \text{ stress} \times \text{strain}$$

(c) Volume strain :

Let a stress or pressure p be applied uniformly all over a body of volume v such that its volume decreases by ν .

$$\text{Stress} = p \text{ and strain} = \nu/v. \quad 2020/11/10 \quad 19:03$$

Hence $k = \frac{P}{v/v}$ or $P = \frac{kv}{v}$

Work done to produce a small decrease in volume $dv = P dv$

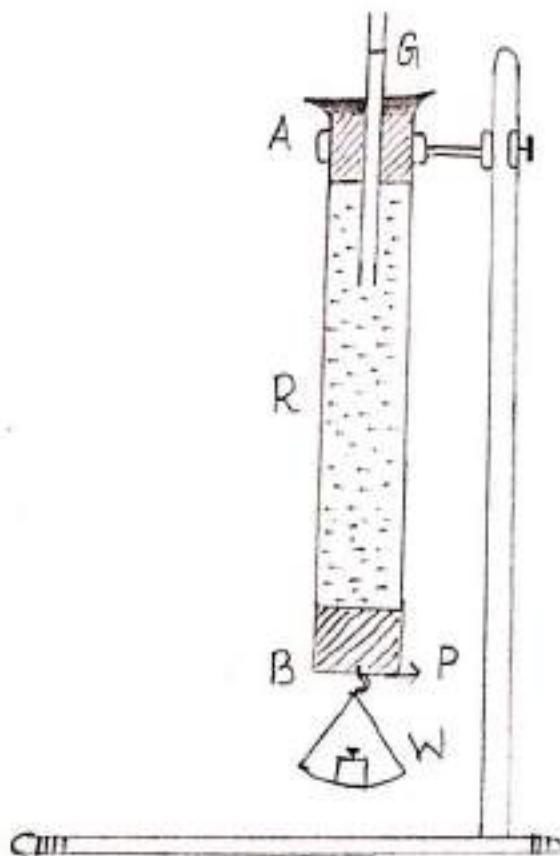
Total work done for the whole decrease in volume from 0 to v } = $\int_0^v P \cdot dv$

$$= \int_0^v \frac{kv}{v} dv = \frac{1}{2} \frac{kv^2}{v} = \frac{1}{2} \cdot \frac{kv}{v} \cdot v = \frac{1}{2} P \cdot v$$

$$= \frac{1}{2} \text{ stress} \times \text{change in volume}$$

Therefore, work done per unit volume = $\frac{1}{2} \frac{Pv}{v} = \frac{1}{2} P \cdot \frac{v}{v}$
 $= \frac{1}{2} \text{ stress} \times \text{strain}$

4. The Term poisson's ratio ν for rubber:

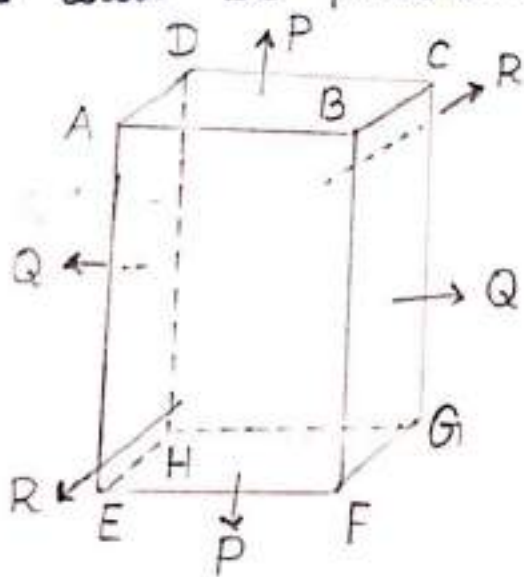


A rubber tube R (like a cycle tyre) about 1m in length and 2 cm in diameter is taken. It is suspended in a vertical position as shown in Fig. The ends A and B are tightly closed with rubber corks. A graduated glass capillary tube (G) open at both ends is inserted inside the rubber tube through the upper end A. The rubber tube is completely filled with water till water rises in the tube G. A pointer P is fixed to the lower end B of the rubber tube. The lower end B carries a pan with weights (w)

When conditions become steady, the positions of the water meniscus in G and the pointer P are noted with the help of two separate travelling microscopes. When a suitable weight (w) is placed in the scale pan, the length of rubber tube increases and its area of cross-section decreases. The internal volume of the tube also increases. Consequently, the water level in G falls. The increase in the length of the tube is determined by noting the position of the pointer P in the microscope. The increase in volume is determined by noting the water level in the tube G. v can be calculated by using the formula proved below.

3. The relation between the elastic moduli :

Suppose three stresses P , Q and R are acting perpendicular to the three faces $ABCD$, $ADHE$ and $ABFE$ of a unit cube of an isotropic material. Each one of these stresses will produce an extension in its own direction and a compression along the other two perpendicular directions. If λ is the extension per unit stress, the elongation along the direction of P will be λP . If μ is the contraction per unit length, per unit stress, then the contraction along the direction of P due to the other two stresses will be $\mu \cdot Q$ and $\mu \cdot R$.



Let all the three stresses act simultaneously on the cube.

Net elongation along the direction of $P = e = \lambda P - \mu Q - \mu R$.

Net elongation along the direction of $Q = f = \lambda Q - \mu P - \mu R$.

Net elongation along the direction of $R = g = \lambda R - \mu P - \mu Q$.

We can express the three elastic constants. E , G and κ in terms of λ and μ .

Case (i)

Suppose only the stress P acts and $Q = R = 0$.
We have then the case of a simple longitudinal stress.

The linear strain $= e = \lambda \cdot P$

\therefore The young's modulus $= E = \frac{\text{stress}}{\text{Linear strain}} = \frac{P}{\lambda P} = \frac{1}{\lambda}$

$$(or) \quad \lambda = \frac{1}{E} \dots\dots (1)$$

Case (ii)

Suppose the stress $R = 0$ and $P = -Q$
Then the elongation along the direction of P is

$$e = \lambda \cdot P - \mu(-P) = (\lambda + \mu)P$$

The rigidity modulus G is given by

$$G = \frac{\text{Stress}}{\text{Angle of shear}} = \frac{P}{\phi} = \frac{P}{2(\lambda + \mu)P} = \frac{1}{2(\lambda + \mu)}$$

$$(or) \quad 2(\lambda + \mu) = \frac{1}{G} \dots\dots (2)$$

Case (iii)

Let $P = Q = R$. Since the body is now subjected to uniform stress in all directions the increase in volume is

$$3e = 3(\lambda - 2\mu)P \quad [\because e = \lambda P - \mu P = (\lambda - 2\mu)P]$$

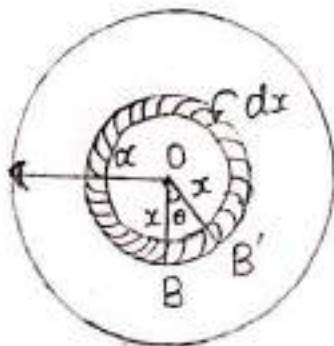
The bulk strain $= 3(\lambda - 2\mu)P$.

$$\begin{aligned} \text{The bulk modulus} = K &= \frac{\text{stress}}{\text{Bulk strain}} \\ &= \frac{P}{\frac{1}{3}(\lambda - 2\mu)P} \\ &= \frac{1}{\frac{1}{3}(\lambda - 2\mu)} \end{aligned}$$

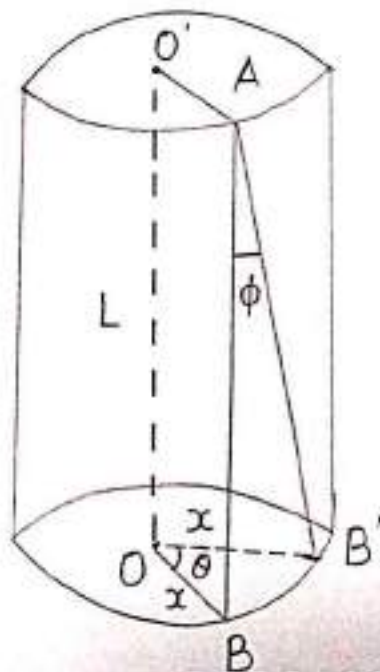
$$\text{(or)} \quad (\lambda - 2\mu) = \frac{1}{3K} \quad \text{--- (3)}$$

5. Expression for torque per unit Twist :

Consider a cylindrical wire of length L and radius a fixed at its upper end and twisted through an angle θ by applying a torque at the lower end. Consider the cylinder to consist of an infinite number of hollow co-axial cylinders. Consider one such cylinder of radius x and thickness dx .



(i)



(ii)

A line such as AB initially parallel to the axis OO' of the cylinder is displaced to the position AB' through an angle ϕ due to the twisting torque. The result of twisting the cylinder is a shear strain. The angle of shear = $\angle BAB' = \phi$

Now, $BB' = r \cdot \theta = L \phi$ (or) $\phi = r \cdot \theta / L$

We have, rigidity modulus = $G = \frac{\text{Shearing stress}}{\text{Angle of shear}(\phi)}$

\therefore Shearing stress = $G \cdot \phi = G r \theta / L$

But, Shearing stress = $\frac{\text{Shearing force}}{\text{Area on which the force acts}}$

\therefore Shearing force = Shearing stress \times Area on which the force acts.

The area over which the shearing force acts = $2\pi r dx$.

Hence, the shearing force = $F = \frac{G r \theta}{L} \times 2\pi r dx$

The moment of this force about the axis OO' of the cylinder } = $\frac{G r \theta}{L} 2\pi r dx \cdot r = \frac{2\pi G r \theta}{L} r^3 dx$.

Twisting torque on the whole cylinder } = $C = \int_0^a \frac{2\pi G r \theta}{L} r^3 dx$

(or) $C = \frac{\pi G a^4 \theta}{2L}$

$$\left. \begin{array}{l} \text{The torque per unit} \\ \text{twist (i.e., the torque} \\ \text{when } \theta = 1 \text{ radian)} \end{array} \right\} = C = \frac{\pi G a^4}{2L}$$

Note 1:

When an external torque is applied on the cylinder to twist it, at once an internal torque, due to elastic forces comes into play. In the equilibrium position, these two torques will be equal and opposite.

Note 2:

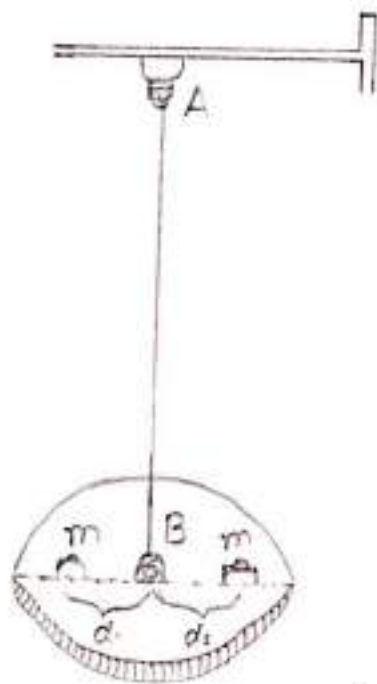
If the material is in the form of a hollow cylinder of internal radius a and external radius b , then,

$$\left. \begin{array}{l} \text{The torque acting} \\ \text{on the cylinder} \end{array} \right\} = C = \int_a^b \frac{2\pi G \theta}{L} x^3 dx = \frac{\pi G \theta}{2L} (b^4 - a^4)$$

$$\text{Torque per unit twist} = C = \pi G (b^4 - a^4) / (2L)$$

6. Rigidity modulus by torsion method (pendulum) and the moment of inertia of the disc:

The torsion pendulum consists of a wire with one end fixed in a split chuck and the other end to the centre of a circular disc as in Fig.



Two equal symmetrical masses (each equal to m) are placed along a diameter of the disc at equal distance d , on either side of the centre of the disc. The disc is rotated through an angle and is then released. The system executes torsional oscillations about the axis of the wire. The period of oscillations T_1 is determined.

$$\text{Then } T_1 = 2\pi \sqrt{I_1/c}$$

$$\text{(or) } T_1^2 = \frac{4\pi^2}{c} I_1.$$

Here I_1 = Moment of Inertia of the whole system about the axis of the wire and c = torque per unit twist.

Let I_0 = M.I of the disc alone about the axis of the wire

$i = M.I$ of each mass about a parallel axis passing through its centre of gravity.

Then by the parallel axes theorem,

$$I_1 = I_0 + 2i + 2md_1^2$$

$$\therefore T_1^2 = \frac{4\pi^2}{C} [I_0 + 2i + 2m.d_1^2] \dots\dots\dots ①$$

The two masses are now kept at equal distance d_2 from the centre of the disc and the corresponding period T_2 is determined.

Then,

$$T_2^2 = \frac{4\pi^2}{C} [I_0 + 2i + 2md_2^2] \dots\dots\dots ②$$

$$\therefore T_2^2 - T_1^2 = \frac{4\pi^2}{C} \cdot 2m \cdot (d_2^2 - d_1^2) \dots\dots\dots ③$$

$$\text{But } C = \pi G I a^4 / 2L$$

$$\text{Hence } T_2^2 - T_1^2 = \frac{4\pi^2 \cdot 2m \cdot (d_2^2 - d_1^2) \cdot 2L}{\pi G I a^4}$$

$$\text{(or)} \quad G = \frac{16\pi L m (d_2^2 - d_1^2)}{a^4 (T_2^2 - T_1^2)}$$

Using this relation, G is determined.

M.I of the disc by torsional oscillations: The two equal masses are removed and the period T_0 is found when the disc alone is vibrating. Then,

$$T_0^2 = \frac{4\pi^2}{c} I_0 \quad (\text{or}) \quad I_0 = \frac{c T_0^2}{4\pi^2} \dots \dots \textcircled{4}$$

$$\text{From (3), } c = \frac{4\pi^2 2m (d_2^2 - d_1^2)}{T_2^2 - T_1^2}$$

$$\begin{aligned} \text{Hence } I_0 &= \frac{4\pi^2 2m (d_2^2 - d_1^2)}{T_2^2 - T_1^2} \cdot \frac{T_0^2}{4\pi^2} \\ &= \frac{2m (d_2^2 - d_1^2) T_0^2}{T_2^2 - T_1^2} \end{aligned}$$

1. வேகக் கிணங்களை விளக்கி.

கீழ்க்கண்டவாறு திரிபிற்கு ஒரே வேகக் கிணங்களை மீட்டி கிணங்களை உண்டாக்கி. அவை (i) யங் கிணகம் (ii) விநாடிபுக் கிணகம் (iii) மருமக் கிணகம்.

(i)யங் கிணகம்:

பொருளொன்றில் கிழிப்பிட்ட திசையில் மட்டும் உருகிவைக்கி மறுதிசை செயற்படும்பாடு. அதன் நீளத்தில் மட்டும் திரிபு ஒரேபடுகிறது. பொருளின் நீள அதிகரிப்பிற்கும் சமம் நீளத்திற்குள்ளே தகவு நீட்சித் திரிவு அளப்படும். நீட்சித் திரிவினைத் தொழுவிற்கும் தகவுவினை நீட்சித் தகவு அளபர்.

நீட்சி தகவுகிற்கும், நீட்சித் திரிபிற்கும் உள்ள தகவுவினை யங் கிணகம் அளபர். திசு q அளும் அகித்தாய் அறிக்கப்படுகிறது.

யங் கிணகம் (q) = நீட்சித்தகவு / நீட்சித் திரிவு.

நீளம் l - ம் அளக்கி வைப்ப மரம்பளவு A - ம் அகண்ட கம்பியின் கிணகத்தில் விசை F செயற்படும்பாடு, ஒரேபடு நீள அதிகரிப்பு dl அளக் அகண்டவாம்.

$$\text{நீட்சி தகவு} = F/A$$

$$\text{நீட்சி திரிவு} = dl/l$$

$$\text{யங் கிணகம்} = \frac{F/A}{dl/l} = \frac{Fl}{A \cdot dl}$$

செயற்படும் விசை m அளின் விசை $F = mg$

கம்பியின் ஆரம் 'r' எனின், $A = \pi r^2$

$$q = \frac{mgL}{\pi r^2 dl} \text{ நி-மீ}^{-2}$$

ii) விநாயகக் குணகம் :

ஒரு வானொலி அடிப்பக்கத்தை நிலையாகப் பொருத்தி மேற்பக்கத்தின் மீது தூர் தொடுவியல் விசை செயற்படுத்தும் படுகிறது. இதனால் வானொலிப் பகுமீன் மாறாமல், வடிவத்தில் மட்டும் மாற்றமடைகிறது.



கிவ்வகையான திரிபிண சங்குக் குப்ப வயர்ச்சி ஏன்மர். சங்குக் குப்ப

வயர்ச்சித் திரிபு தொடக்கத்தில் தொடுவியல் விசைக்கு நெருங்கித்தாக சமயந்த சுகந்தி ஒன்று தீகும்புகின்ற கோணத்தில் அளவிடப்படுகிறது. திக் கோணத்தை சங்குக் குப்ப வயர்ச்சிக் கோணம் ஏன்மர். தூரணிகுப் பரப்பில் செயற்படும் தொடுவியல் விசையை சங்குக் குப்ப வயர்ச்சித் தகைய ஏன்மர்.

சங்குக் குப்ப வயர்ச்சித் தகையிற் கிம், சங்குக் குப்ப வயர்ச்சிக் கோணத்திற் கிமிடைய உள்ள தகையிணை விநாயகக் குணகம் ஏன்மர். திகு r- எனும் குகித்தான் குறிக்கப்படுகிறது.

$$\text{விநாயகக் குணகம்} = \frac{\text{சங்குக் குப்ப வயர்ச்சித் தகைய}}{\text{சங்குக் குப்ப வயர்ச்சிக் கோணம்}}$$

பொருளியல் விசை F , பரப்பளவு A -ன் மீது செயற்படும் பொது, ஒர்ப்படும் சமூகீயம் வயர்ச்சிக் கோணம் θ ணின்

$$\text{விசைப்பக்கிணகம் } n = \frac{F/A}{\rho} = \frac{F}{A\rho} \text{ கி.மீ}^{-2}$$

iii) பருமக் கிணகம் :

ஒரு பொருளின் புறப்பரப்பு இடவழும் உருக்கிணைவு விசை சீராகவும், செங்குத்தாகவும் செயற்படுக்தும் பொது, பொருளின் வடிவில் மாற்றம் ஒர்ப்படாமல், பருமணின் மாற்றம் ஒர்ப்படும். பொருளில் தொன்றுகின்ற திரிபிணை பருமத் திரிபு ண்பர். திவ்வகையான திரிபிணை ஒர்ப்பக்தும் தகைவிணை பருமத் தகைவு ண்பர். பருமணில் ஒர்ப்படுகின்ற பரும மாற்றத்திற்கும் ஆரம்பப் பருமவூக்கிமடைய உள்ள தகைவு பருமத் திரிபு ண்பர்.

பருமத் தகைவிற்கும், பருமத் திரிபிற்கிமடைய உள்ள தகைவிணை பருமக் கிணகம் ண்பர். திது K ணும் அகூத்தல் குறிக்கப்படுகிறது.

புறப்பரப்பு A -ன் மீது சீராகவும் செங்குத்தாகவும் செயற்படும் விசை F ணின், பருமத் தகைவு F/A ஆகும். தகைவிணால் பருமன் v -ல் ஒர்ப்படும் மாற்றம் Δv ணின், பரும திரிபு $\Delta v/v$ ஆகும்.

$$\text{பரும கிணகம் } (K) = \frac{F/A}{\Delta v/v}$$

ஆனால் F/A என்பது அழுத்தம் dp

$$\therefore K = \frac{dp}{(dv/v)} = v \cdot \frac{dp}{dv} \text{ நி-மீ}^{-2}$$

புவிமக் குணகத்தை சில பொருள்களில் திறை எதிர்ப்புத் திறன் என்பர். புவிமக் குணகத்தின் தலைகீழ் திறைதிறன் என அழைக்கப்படுகிறது. திரவங்கட்கு திறைதிறனை நேரடியாக அளவிட முடியாது. திடப் பொருட்கட்கு, அவற்றின் புவிமக் குணகத்திலிருந்து கணக்கிடலாம்.

2. ஒரு பொருள் உருக்கிறையும் பொது சமீபம்மட்ட வேலையை விளக்கிக.

ஒரு பொருள் உருக்கிறையையும் பொது, சமீபம்மட்ட விசையால், வேலை சமீபம்மடுகிறது. சமீபம்மட்ட வேலை பொருளில் சுற்றலாகச் செமித்து வைக்கப்படுகிறது. திரை சுற்றலாகத் திரிபு சுற்றல் என்பர். சமீபம்மட்ட விசை நீக்கம்மட்டும்பொது, திரிபு சுற்றல் சமீபம் சுற்றலாக மாறுகிறது. திரிபு சுற்றல் சமீபம்மட்டும்.

i) நீட்சித்திரிபில் சமீபம்மட்ட வேலை :

நீளம் l ம், ஆரம் r ம் ககாண்ட கம்பியின் விசை F - சமீபம்மட்டும்பொது, சமீபம்மட்டும் நீள அதிகரிப்பு dx எனக் ககாள்வாம். சமீபம்மட்டும் கம்பியின் சமீபம்மட்டும் d எனக் ககாள்வாம்.

$$\text{சமீபம்மட்டும் வேலை } dW = F \cdot dx \quad \dots (1)$$

சமீபம்மட்டும் நீள அதிகரிப்பு x எனில் சமீபம்மட்டும் சமீபம்மட்டும் வேலை

$$W = \int_0^x F \cdot dx \quad \dots (2)$$

யங்குணதம் $q = \text{நகரவு} / \text{நிரிய} = \frac{(F/a)}{(x/l)}$

$$\therefore q = F/l \cdot a/x$$

விசை $F = q \cdot a \cdot x/l \quad \dots (3)$

சமன்பாடு (3) சமன்பாடு (2) ல் பதிலிடு சம்யம்,

$$W = \int_0^x \frac{qa}{l} \cdot x \cdot dx = \frac{qa}{l} \int_0^x x \cdot dx$$

$$W = \frac{qa}{l} \left[\frac{x^2}{2} \right]_0^x = \frac{qa x^2}{2l} \quad \dots (4)$$

$$W = \frac{1}{2} \times \frac{qa x}{l} \times x$$

$$= \frac{1}{2} \times \text{நீட்சி விசை} \times \text{நீட்சி} \quad \dots (5)$$

சமன்பாடு (5) ல் $ax/l = a \cdot x/l$

$$\therefore \text{ஒரலகு பளுணில் சம்யம்ப்பட சவலை} = \frac{1}{2} \cdot \frac{qa x^2}{l} \times \frac{1}{a}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{qx}{l} \cdot \frac{x}{l} \quad \dots (6)$$

சமன்பாடு (3) லிருந்து $\frac{F}{a} = \frac{qx}{l} \quad \dots (7)$

நிரிய = $\frac{\text{நீள அகலநிரிய}}{\text{அரம்ப நீளம்}} = \frac{x}{l} \quad \dots (8)$

சமன்பாடு (7), (8) ஆலியவற்றைச் சமன்பாடு (6) ல் பயன்முத்த, ஒரலகுப் பளுணில் சம்யம்ப்பட சவலை

$$= \frac{1}{2} \times \text{நகரவு} \times \text{நிரிய} \quad \dots (9)$$

சீர்த் தவலை நீட்சி அடைந்த கம்மியில் சுற்றலாகச் சேமித்து வைக்கப்படுகிறது.

ii) பருமத் திரியில் சைய்யம் பட்ட தவலை

பருமன் v கடைண்ட திடப் பருமனரின்து சையற்புமம் சீரான கெர்குத்து அகத்தம் P ணக் கடைண்டவாம். பரப்பளவு ' a ' ன் மீது சையற்புமம் கெர்குத்து திசை = $P \times a$ திசை சையற்புமம் திசையில் ஁ற்புமம் பயர்ச்சி dx ணின் சைய்யம் பட்ட தவலை.

$$dw = Pa \, dx = P \, dv \quad \dots (10)$$

$$a \, dx = dv$$

பருமனில் ஁ற்புமம் மாற்றம் v ணின்,

$$\text{சைய்யம் பட்ட பருமத் தவலை } W = \int_0^v P \, dv \quad \dots (11)$$

$$\text{அணால் பருமக் குணகம் } K = \frac{P}{v/u} = \frac{Pv}{v}$$

$$\text{எல்லது } P = \frac{Kv}{v} \quad \dots (12)$$

சமன்பாடு (12) ஁ சமன்பாடு (11) ல் பருமத் தவலை சைய்ய,

$$\text{சைய்யம் பட்ட தவலை } W = \int_0^v \frac{Kv}{v} \cdot dv = \frac{K}{v} \int_0^v v \, dv = \frac{1}{2} \cdot \frac{K}{v} \cdot v^2 \quad \dots (13)$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{Kv}{v} \cdot v$$

$$= \frac{1}{2} \times P \times v \quad \dots (14)$$

$$= \frac{1}{2} \times \text{தகைய} \times \text{பரும மாற்றம்}$$

$$\text{஁ருவது பருமனில் சைய்யம் பட்ட தவலை } = \frac{1}{2} \times P \times \frac{V}{V} \quad \dots (14)$$

$$= \frac{1}{2} \times \text{நகரவு} \times \text{நிரிய}$$

..... (15)

கிடுவே புகுமத் திரியில் உள்ள கிற்றலாகும்.

iii) சதுக்கம் பியர்ச்சியில் சமீயப்பல வேலை

பக்கம் நீளம் '1' ககாண்ட ABCD என்ற கண சதுரத்தில் அடிப்பக்கம் AB, கண்ணாகப் பாகுத்தப்பட்டு. கதாவிசை F, கண சதுரத்தில் டுச திசையில் சமீயப்புகிறது. கிடுகால் டுப்புகும் பியர்ச்சிக் கணைம் θ

$$BC = 1, \quad CC' = x,$$

$$\text{நகரவு} = F / 1^2$$

..... (16)

$$\text{பியர்ச்சித்திரிய } \theta = x / 1$$

..... (17)

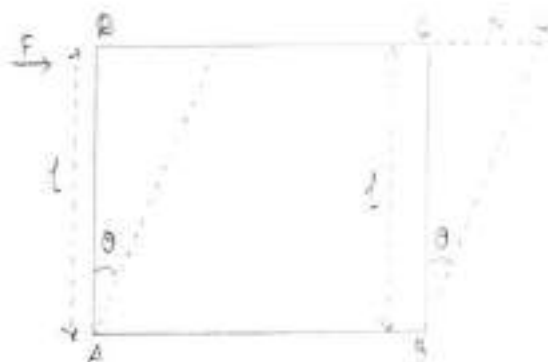
$$\text{விசைப்பக் கணைம் } n = \frac{F}{1^2 \theta}$$

$$F = n \cdot 1^2 \theta = n \cdot 1^2 \cdot \frac{x}{1} = n x \cdot 1$$

..... (18)

$$\text{நகரவு} = F / 1^2 = n x \cdot 1 / 1^2 = \frac{n x}{1}$$

..... (19)



சமீயப்பல வேலையினால் கெண்டும் கிடுகும் கிடுகும் பியர்ச்சி dx டுபால்

$$\text{பியர்ச்சிப்பல வேலை } dw = F \cdot dx.$$

..... (20)

எனவும், சுருக்கித் திரிய μ எனவும் கொள்வோம், P என்ற தகவல், அது செயற்படும் திசையில் நீள அதிகரிப்பும், மற்ற இரு வரங்குத்துத் திசைகளிலும் சுருக்கித் திரியிணையும் தொடர்ந்துவிக்வும். ஒற்றுகின்ற நீட்சித் திரிய λP சுருக்கித் திரிய μP . திசைவான்று Q, R என்ற தகவல்களும் திரியகளை ஒற்றுகுத்தும்.

எனவே தகவல் P - செயற்படும் திசையில் ஒற்றுகின்ற நிகர நீள அதிகரிப்பு

$$e = \lambda P - (Q + R) \mu$$

திசைவான்று Q, R என்ற தகவல்கள் செயற்படும் திசைகளில் ஒற்றுகின்ற நிகர நீள அதிகரிப்பு

$$f = \lambda Q - \mu (P + R)$$

$$g = \lambda R - \mu (P + Q)$$

கொள்வது 1 :

P என்ற தகவல் மட்டும் செயற்படுவதாகக் கொண்டால், $Q = R = 0$. திசு ஒளிய நீட்சித் தகவலாகும். எனவே P செயற்படும் திசையில் தொடர்ந்துவிகின்ற நீட்சி c ஆகும். திரிய நீட்சித் திரியாகும்.

$$\therefore \text{நீட்சி திரிய } c = \lambda P$$

$$\text{யங் இணைகம் } q = \frac{\text{தகவல்}}{\text{திரிய}} = \frac{P}{c} = \frac{P}{\lambda P}$$

$$q = 1/\lambda \quad \text{எல்லா } \lambda = 1/q$$

.....(1)

செய்து : 2

Q ன் திசை மாற்றப்படுவதாகவும், R=0 ஆகவும் கொள்ளுவோம். திப்புபாது $P = Q$. P- திசைக்கு இணையான திசையில் ஓர்புகுகின்ற நீட்சி $= \lambda P - \mu (-P) = (\lambda + \mu) P$. P- திசைக்குச் செங்குத்துத் திசையிலுள்ள சுருக்கம் $(\lambda + \mu) \cdot P$. திந்த கிரண்டும் சங்கும் பயர்ச்சித் திருமிணைத் தொற்றுவிக்றது. இதன் னைய நீட்சியைப் போன்று கரு மடங்காகும்.

$$\therefore \text{சங்குக் கு பயர்ச்சி} = 2(\lambda + \mu) P$$

$$\text{விற்றம்பக் கணகத்தன்} n = \frac{P}{2(\lambda + \mu) P} = \frac{1}{2(\lambda + \mu)}$$

$$\lambda + \mu = \frac{1}{2n} \quad \dots (2)$$

செய்து : 3

நீன்று தகவகககம் சீராணதாகவும், ஒன்றிற்கொன்று சமமாகவும் கொண்டால், $P = Q = R$. திப்புபாது ஸாருணானது ஓல்லா திசைகளையும் சீராண தகவகககி உட்புகுகிறது.

$$\therefore C = \lambda P - \mu P - \mu P = (\lambda - 2\mu) P$$

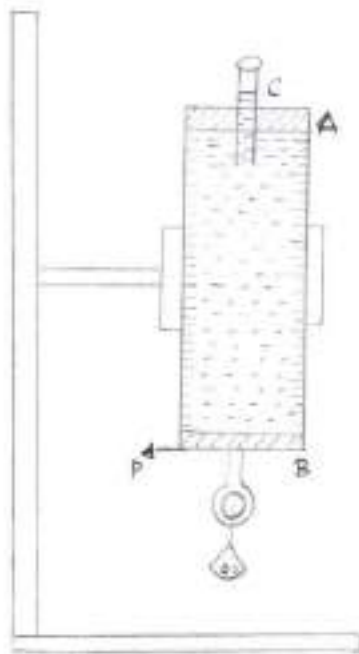
செவ்வகககள் செயற்படுவதால், மருமனில் சீராண அதிகரிப்பு ஓர்புகுகிறது. மருமத்திரிபு 3C ஆகும்.

$$3C = 3(\lambda - 2\mu) P$$

$$\text{மருமக் கணகம்} k = \frac{P}{3C} = \frac{P}{3(\lambda - 2\mu) P}$$

$$\therefore \lambda - 2\mu = \frac{1}{3k} \quad \dots (3)$$

4. ரூப்பரின் பாய்சான் தகவு காணும் ஒருறைய விளக்கை.



AB என்பது ஒரு மீட்டர் நீளமும், 5 செ.மீ

விட்டும் கொண்ட தடிமணான ரூப்பர் குழாய் கூகும். ரூப்பர் குழாயின் கீழ் ஓணை ரூப்பர் அடைப்பாளால் திறக்கமாக டீடி, அதன் ஓணையில் ஓர் கொக்கி அமைந்து, அதில் அடைத்தாங்கி ஒன்று ததாங்கிவிடப்பட்டுள்ளது. ரூப்பர் குழாயின் மேல் ஓணை ஒன்றைத் துளையுள்ள ரூப்பர் அடைப்பாளால் டீடி, அதில் ஓர் நுண்புதகக் குழாய் C லாகுத்தீய்ப்பட்டுள்ளது. ரூப்பர் குழாய் ஓடுவதும், நுண்புதகக் குழாயில் பதிதியும் நீரால் திரும்பப்பட்டுள்ளது. கீழ் ஓணை B-ல் ஓர் குறிஞ்சி P திகுடமட்டமாக அமைக்கப்பட்டுள்ளது. திவ்வமைப்பு ஓடுவதும் ஓர் தாங்கியில் செங்குத்தாகப் லாகுத்தீய்ப்பட்டுள்ளது.

அடை தாங்கியில் அடை வைக்கப்படும் லாது, திரும்பர் குழாய் நீரடியுடைய, அதன் உட்புறம் அதிதரிக்கிறது.

நுண்புறத்தில் இடையீடு C -ல் உள்ள பிறைத்தளம்
 கீழ்க்கண்டிருக்கிறது. பிறைத்தளம் கீழ்க்கண்டிருக்கிறது. உட்பகுமணி
 மாற்றம் கணக்கிடலாம். ரூபர் இடையீடு AB ல் குழியம்
 நீட்சியினை அளவிடுவதற்கு உபயோகம் பயன்பாடு தகவு கணக்கிடலாம்.

ரூபர் இடையீடு நீளம் l எனவும் இறுக்கி வட்டம்
 பரப்பின் உள் ஆரம் r எனவும் உட்பகுமணி v எனவும்
 கொள்ளலாம். எனவே தூங்கியில் எனவே உட்பகுமணி v எனவும்
 ரூபர் இடையீடு நீளம் $l + \Delta l$ ஆகவும், உள் ஆரம் $r + \Delta r$
 ஆகவும் மாறுகிறது. இதனால் உள் பகுமணி $v + \Delta v$ ஆக
 மாறுகிறது.

$$V = \pi r^2 l$$

$$\Delta V = \pi r^2 \Delta l + 2\pi r l \Delta r \quad \dots (1)$$

உட்பகுமணி மாற்றங்கள், பயன்பாடு தகவுடன் ஒவ்வாறு தொடர்பு
 கொண்டிருக்கிறது, என்பதை அறிய ரூபர் இடையீடு சிவந்தில்
 உபயோகம் செய்து இதன்மைத் தகவுகளைக் கருதுவோம்
 (1) அச்சுத்தகவு (2) சிற்றளவு தகவு (3) ஆரத் தகவு.
 ரூபர் இடையீடு தகவு தடிமன் இறையாதலால், ஆரத்
 தகவுகளைச் சிவந்த கொள்ளலாம்.

அச்சுத் தகவுகளை உபயோகப்படுத்தல், ரூபர் இடையீடு
 நீளம் l , $l + \Delta l$ ஆக அளிக்கிறது.

$$\text{நீட்சித் தகவு} = \Delta l / l \quad \dots (2)$$

சிற்றளவு தகவுகளை ஆரம் r , $r + \Delta r$ ஆக மாறுகிறது.
 எனவே $2\pi r$ என்ற சிற்றளவு $2\pi (r + \Delta r)$ ஆக மாறுகிறது.

$$\text{இறுக்கித் திரிபு} : \frac{\text{சிற்றளவு மாற்றம்}}{\text{சிற்றளவு}}$$

$$= \frac{8\pi r(r + \Delta r) - 8\pi r^2}{8\pi r}$$

$$= \frac{\Delta r}{r} \quad \dots (3)$$

பாய்ச்சல் தகவு $\sigma = - \frac{\text{கூடுதல் திரிபு (கனிக்கம்)}}{\text{நீட்சித் திரிபு}}$

$$\sigma = - \frac{\Delta r/r}{\Delta l/l} = - \frac{1}{r} \cdot \frac{\Delta r}{\Delta l} \quad \dots (4)$$

எண்பாடு (1) லிருந்து

$$\frac{\Delta V}{\Delta l} = \pi r^2 + 2\pi r l \cdot \frac{\Delta r}{\Delta l}$$

$$\frac{\Delta r}{\Delta l} = \left[\frac{\Delta V}{\Delta l} - \pi r^2 \right] \frac{1}{2\pi r l} \quad \dots (5)$$

எண்பாடு (5) ன் (4) ல் பதிலிடுவதால்

$$\sigma = - \frac{1}{r} \left[\frac{\Delta V}{\Delta l} - \pi r^2 \right] \frac{1}{2\pi r l}$$

$$\sigma = \frac{1}{2} \left[1 - \frac{1}{\pi r^2} \cdot \frac{\Delta V}{\Delta l} \right] \quad \dots (6)$$

நுண்புறத் திசையின் காரம் '0' ன்

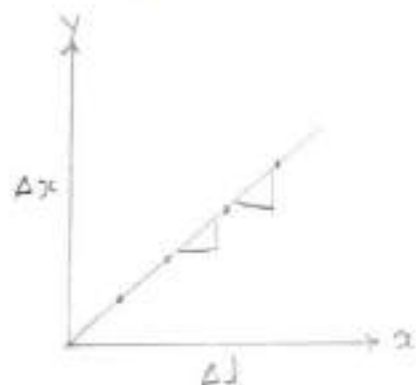
$$\Delta V = \pi a^2 \cdot \Delta x$$

கூடுதல் Δx ன் பதில் பிறகுள்ள கனிக்கமும். நுண்புறத் திசையில் காரம் நீர் மட்ட கனிக்கம். பருமன் அதிகரிப்பிற்கு காரணமாகும்.

$$\sigma = \frac{1}{2} \left[1 - \frac{a^2}{r^2} \cdot \frac{\Delta x}{\Delta l} \right] \quad \dots (7)$$

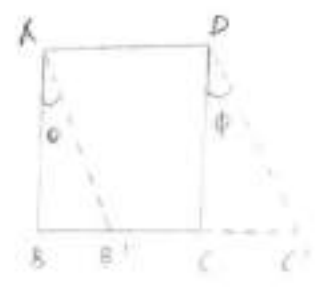
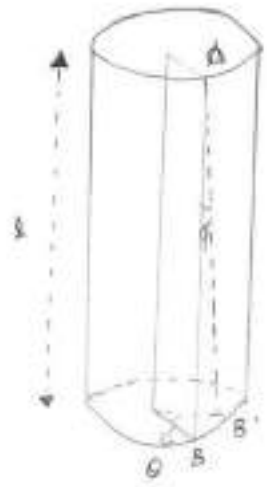
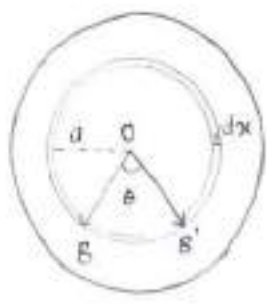
நீர் மட்டம் நிலையான நிலையில் அதையும் பொதுத் திசையின் திசையின் நீர் மட்டத்தினால், காரம் P-ன்

நிலையினையும் தனித்தனி நுண்ணொள்கிதர் கொண்டு
 அளவிடுகள் செய்து கொள்ளவேண்டும். அதைத்தட்டில் தீர்ந்த
 அதை இடப்படுபொது, சிதாயின் நீளமும், உள் பருமனும்
 அதிகரிக்கிறது. எனவே நுண்புதழ்ச்சி சிதாய் C ல் உள்ள நீர்
 மட்டம் சிறங்குகிறது. நீளத்தில் ஏற்படும் அதிகரிப்பு Δl
 வையும், நுண்புதழ்ச்சி சிதாயில் ஏற்படும் திரவ மட்ட
 சிறக்கம் Δx வையும் நுண்ணொள்கி கொண்டு அளவிட
 வேண்டும். பல மாறுபட்ட அதைகளை கொண்டு ஒவ்வொரு
 அதைக்கும் Δl ம், Δx ம் அளவிட வேண்டும்.



Δl ஐ x - அச்சிலும், Δx ஐ y - அச்சிலும் கொண்டு ஒரு
 வரைபடம் வரைய வேண்டும். இது ஒரு நேர் கோடாகும்.
 நேர்கோட்டின் வரட்டம் $\frac{\Delta x}{\Delta l}$ ஆகும். நுண்ணொள்கி சிதாயின்
 உள் ஆரத்தை (a), நுண்ணொள்கி கொண்டும், நுண்பு
 சிதாயின் உள் ஆரத்தை (r), நுண்ணொள்கி கொண்டும்
 அளவிடலாம். எனவே சமன்பாடு (7) க்குப் பயன்படுத்தி
 நுண்பு சிதாயின் பாய்ச்சல் தகவு σ கணிக்கலாம்.

8. திரட்டையின் ஓரத்தை திடுப்புதிறந்துக் காண கோணவாயத் தருக.



ஓர் கம்பியின் மெல்புணை கன்றாக வளைந்தீதப்பட்டி மறு இணையில் சித்சிந்தி அங்கித்து தளத்தில் ஒரு சமமான எதிர் திரட்டைகள் அமர்ப்படுத்தும் வாகு , கம்பி இறுக்கம் சிடைகிறது.

நீளம் h , ஆரம் a விதர்ப்பு இணைம் r -ம் அகண்ட கம்பியின் மெல் புணை கன்றாகப் வளைந்தீதப்பட்டி , தீழ் இணை இறுக்கப்பும் வாகு இறுக்கமடையும் தொணம் θ அகாள்வொம்.

இறுக்கி திரட்டையின் மதிப்பிணை கணக்கிடுவதற்கி , கம்பியை பல உள்சீடற்ற உருளைகளாகக் கருதுவொம். ஆரம் x -ம் , தடிமன் dx ம் அகண்ட ஓர் உள்சீடற்ற உருளையைக் கணக்கில் அகித்துக் அகாள்வொம். இறுக்கி விசை காரணமாக OB -என்ற ஆரம் θ தொணம் திடும்பி OB' என்ற நிலையில் அமையதாகக் அகாள்வொம்.

உள்சீடற்ற உருளையை நீளவாக்கில் வட்டியுப் பரப்பீடுவதாகக் அகாள்வொம். $ABCD$ என்பது இறுக்கி விசை

கிடைசியானது, சூவியானது உள்நீட்டற்ற உருளைகட்டகம்
 திரும்புத்திறன் கண்டு கூட்ட கம்பியில் இயுமையாகச் செயற்படும்
 இயுக்கி கிரட்டையின் திரும்புத்திறன் கிடைக்கிறது. எனவே
 சமன்பாடு (5) ஐ வரம்பு $x = 0$, $x = a$ க்கான உருளைகட்டகம்
 செய்வ, மொத்தத் திரும்புத்திறன் கிடைக்கிறது.

$$\begin{aligned} \text{மொத்த திரும்புத்திறன்} &= \frac{2\pi n \theta}{l} \int_0^a x^3 dx \\ &= \frac{2\pi n \theta}{l} \cdot \frac{a^4}{4} \\ &= \frac{\pi n a^4}{2l} \cdot \theta \end{aligned} \quad \dots\dots (5)$$

சமன்பாடு (5) மீட்சி கிரட்டையின் திரும்புத்திறனைத்
 தருகிறது. சமநிலையில் இது புற இயுக்கி கிரட்டைக்கிள்
 சமமாகவும், எதிராகவும் கிடைக்கும்.

$$\text{இயுக்கி கிரட்டை} = \frac{\pi n a^4}{2l} \cdot \theta \quad \dots\dots (6)$$

$\theta = 1$ எழடியன் எனின், குறுகி இயுக்கி கிரட்டை

$$c = \frac{\pi n a^4}{2l} \quad \dots\dots (7)$$

உள்நீட்டற்ற நீள் உருளை :

நீளம் l ம் உள் ஆரம் a_1 ம் வெளி ஆரம் a_2 ம்
 க்கான உள்நீட்டற்ற உருளைகட்டகம் கருதுவோம். திவ்யாது
 உருளைகட்டக வரம்பு $x = a_1$, $x = a_2$

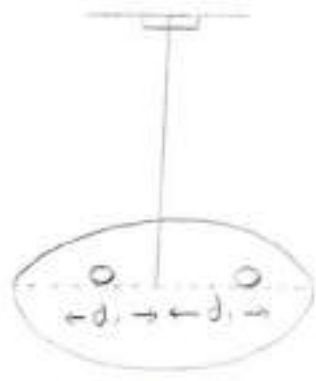
உருளைகட்டக இயுக்கி கிரட்டை,

$$= \frac{2\pi n \theta}{l} \int_a^{a_2} x^3 dx = \frac{2\pi n \theta}{l} \left[\frac{x^4}{4} \right]_a^{a_2}$$

$$= \frac{\pi n \theta (a_2^4 - a_1^4)}{2l} \quad \dots \dots (8)$$

ஆரலகி அறுக்கி கிரட்டை $C = \frac{\pi n (a_2^4 - a_1^4)}{2l} \quad \dots \dots (9)$

b. அறுக்கி ஊசல் அறையில் கம்பியின் கிற்றும் கிணகம் மற்றும் தட்டின் நிலைமத்திற்குக் காணும் அறையை விவரி.



கிணகம் ஒத்த கிற்றகளை கம்பியிலிருந்து, சம அளவில் தட்டின் மீது வைக்க வேண்டும். தட்டைச் சீறித் தூக்கி விடப்படும் போது, தட்டு அறுக்கலையே அகல்கிறது. திட்டிபாது அகலையே அகலும் காண வேண்டும். கிணகம் T_1 எனக் அகல்கலாம்.

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{I_1}{C}} \quad \text{or} \quad T_1^2 = \frac{4\pi^2 I_1}{C} \quad \dots \dots (1)$$

கிணகம் I_1 என்பது அகலம் மீதின் நிலைம சீறிப்புத் தீர்வு. C ஆரலகி அறுக்கி கிரட்டை மையத்திற் பற்றிய தட்டின் நிலைமத் தீறிப்பு தீர்வு I_0 எனும்

நிறையின் நிறைமத்திற்கு i எனவும் காரளியெனும்.
 நிறைகளின் நிறை m . திண்ம கம்பியின் ஆரத்து d_1 அதாவது கிடைத்தல்.

$$I_1 = I_0 + \rho i + \rho m d_1^2 \quad \dots (2)$$

$$T_1^2 = \frac{4\pi^2}{c} (I_0 + \rho i + \rho m d_1^2) \quad \dots (3)$$

அடுத்து d_2 அதாவது கிடைத்தல்.

$$T_2^2 = \frac{4\pi^2}{c} (I_0 + \rho i + \rho m d_2^2) \quad \dots (4)$$

④ - ③.

$$T_1^2 - T_2^2 = \frac{4\pi^2}{c} \rho m (d_1^2 - d_2^2) \quad \dots (5)$$

$$c = \frac{\pi n a^4}{2l}$$

$$T_1^2 - T_2^2 = \frac{4\pi^2}{\pi a^4 n} \times \rho m \times (d_1^2 - d_2^2) \times 2l$$

$$= \frac{16\pi^2 m l}{a^4} \times (d_1^2 - d_2^2)$$

$$n = \frac{16\pi^2 m l}{a^4} \times \frac{(d_1^2 - d_2^2)}{(T_1^2 - T_2^2)} \quad \dots (6)$$

1 - கம்பியின் நீளம் திண்ம மாணியை பயன்படுத்தி
 கம்பியின் ஆரம் 'a' கண்கிடை வெண்டும்.

தட்டின் நிறைம திண்ம திறன் :

தட்டின் நிறை எதுவும் கிடைத்தல் போது, அதுக்கு
 உடனடி அலைவழி எடுத்து அலைவு கிடைத்தல் T_0 கிடை
 வெண்டும்.

$$T_0^2 = \frac{4\pi^2 I_0}{c}$$

$$c = \frac{4\pi^2 I_0}{T_0^2} \quad \dots (7)$$

10. விசைநீடு

$$c = \frac{8\pi^2 m (d_1^2 - d_2^2)}{(T_1^2 - T_2^2)} \quad \dots (8)$$

ஏய்ம்பாடு (2), (3) ஐ ஒப்பிட.

$$\frac{4\pi^2 I_0}{T_0^2} = \frac{8\pi^2 m (d_1^2 - d_2^2)}{(T_1^2 - T_2^2)}$$

$$I_0 = \frac{T_0^2}{(T_1^2 - T_2^2)} \times 2m (d_1^2 - d_2^2) \quad \dots (9)$$

விசைநீடு நகலமைத் திடுப்புத்திறன் I_0 காணலாம்.

Unit –II Bending of Beams

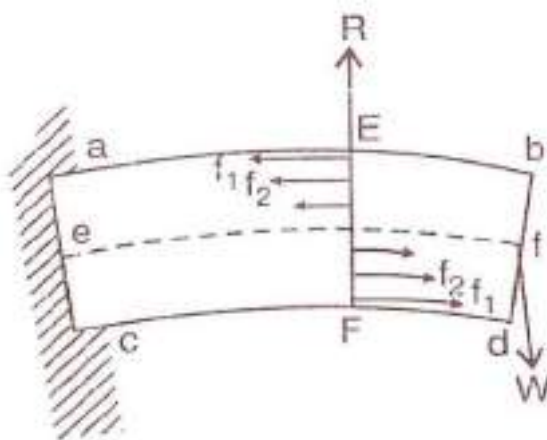
Beam – bending of beams – Expression for bending moment – Cantilever – Young’s modulus by Cantilever depression – Oscillations of a cantilever – Uniform bending – Expression for elevation – Experiment to find Young’s modulus using scale and telescope – Non uniform bending – Expression for depression – Experiment to find Young’s modulus using pin and microscope – Koenig’s method to find the Young’s modulus of a beam by non-uniform bending – I section of Griders.

BENDING OF BEAMS

Beam: A beam is defined as a rod or bar of uniform cross-section (circular or rectangular) whose length is very much greater than its thickness.

Bending couple:

If a beam is fixed at one end and loaded at the other end, it bends. The load acting vertically downwards at its free end and the reaction at the support acting vertically upwards constitute the bending couple. This couple tends to bend the beam clockwise.



Since there is no rotation of the beam, the external bending couple must be balanced by another equal and opposite couple. It comes into play inside the body due to the elastic nature of the body. The moment of this elastic couple is called the internal bending moment. When the beam is in equilibrium, ***The external bending moment = the internal bending moment.***

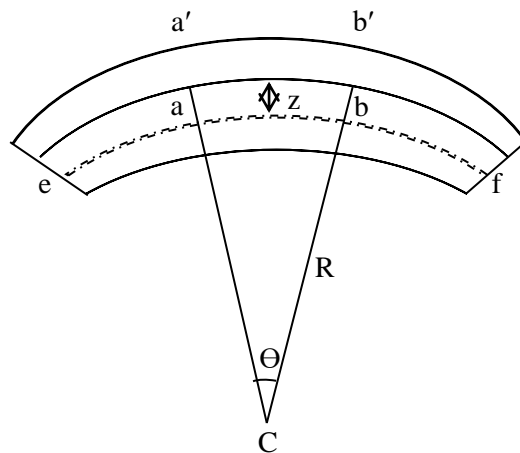
Plane of Bending: The plane of bending is the plane in which the bending takes place and the bending couple acts in this plane. In Fig. the plane of paper is the plane of bending.

Neutral Axis: When a beam is bent as in Fig, filaments like *ab* in the upper part of the beam are elongated and filaments like *cd* in the lower part are compressed. Therefore, there must be a

filament like ef in between, which is neither elongated nor compressed. Such a filament is known as the neutral filament and the axis of the beam lying on the neutral filament is the neutral axis. The change in length of any filament is proportional to the distance of the filament from the neutral axis.

EXPRESSION FOR BENDING MOMENT:

Consider a portion of the beam to be bent into a circular arc as shown in fig. ef is the neutral axis and θ the angle subtended by it at its centre of curvature C .



Filaments above ef are elongated while filaments below ef are compressed. The filament ef remains unchanged in length.

Let $a'b'$ be a filament at a distance z from the neutral axis. The length of this filament $a'b'$ before bending is equal to that of the corresponding filament on the neutral axis ab .

We have, original length = $ab = R\theta$

Its extended length = $a'b' = (R+z)\theta$

Increase in its length = $a'b' - ab = (R+z)\theta - R\theta = z\theta$

Therefore, Linear strain = $\frac{\text{increase in length}}{\text{original length}} = \frac{z\theta}{R\theta} = \frac{z}{R}$

If E is the Young's modulus of the material,

$$E = \text{stress} / \text{linear strain}$$

i.e., Stress = $E \times \text{Linear strain} = E (z/R)$

Mrs. D. S. Vasanthi, Dept. of Physics

if δA is the area of cross section of the filament, the tensile force on the area,

$$\delta A = \text{stress} \times \text{area} = \frac{E \cdot z}{R} \delta A$$

Moment of this force about the neutral axis $= \frac{E \cdot z}{R} \delta A \cdot z = \frac{E}{R} \delta A \cdot z^2$

The sum of the moments of force acting on all the filaments $= \sum \frac{E}{R} \delta A \cdot z^2 = \frac{E}{R} \sum \delta A \cdot z^2$

$\sum \delta A \cdot z^2$ is called the geometrical moment of inertia of the cross section of the beam about an axis through its centre perpendicular to the plane of bending. It is written as equal to Ak^2 .

i.e., $\sum \delta A \cdot z^2 = Ak^2$ (A = Area of cross-section and k = radius of gyration).

But the sum of moments of forces acting on all the filaments is the internal bending moment which comes into play due to elasticity.

Thus, bending moment of a beam $= EAk^2/R$

Notes:

(i) For a rectangular beam of breadth b , and depth (thickness) d , $A = bd$ and $k^2 = d^2/12$

$$\therefore Ak^2 = \frac{bd^3}{12}$$

(ii) For a beam of circular cross-section of radius r , $A = \pi r^2$ and $k^2 = r^2/4$

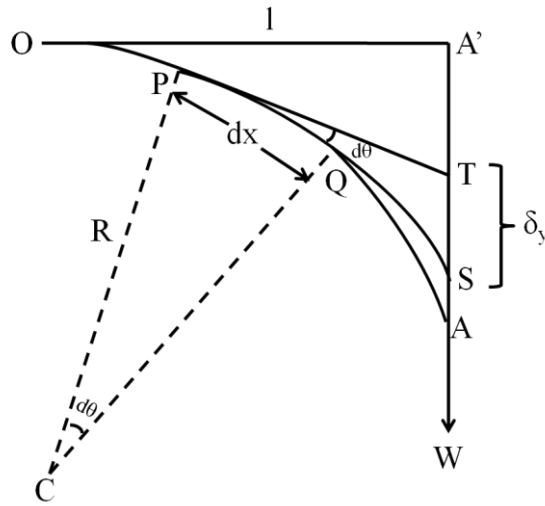
$$\therefore Ak^2 = \frac{\pi r^4}{4}$$

(iii) EAk^2 is called the flexural rigidity of the beam.

Depression of the cantilever

Cantilever: A cantilever is a beam fixed horizontally at one end and loaded at the other end.

Let OA be a cantilever of length l fixed at o and loaded with a weight W at the other end. OA' is the unstrained position of the beam. Let the depression AA' of the free end be y as shown in the figure.



Let us consider an element PQ of the beam of length dx at distance ($QA=x$) from the loaded end. C is the centre of curvature of the element PQ and R its radius of the curvature. The load W at A and the force of reaction W at Q constitute the external couple, so that, the external moment = $W \cdot x$

$$\text{The internal bending moment} = \frac{YAk^2}{R}$$

For equilibrium

$$Wx = \frac{YAk^2}{R} \quad \text{or}$$

$$R = \frac{YAk^2}{Wx} \quad \text{-----} \quad (1)$$

Draw the tangents at P and Q meeting the vertical line at T and S respectively. Let $TS = dy$ and $d\theta =$ Angle between the tangents. Then,

$$\angle PCQ = d\theta$$

$$PQ = dx = R d\theta$$

Now,

$$d\theta = \frac{dx}{R} = dx \cdot \frac{Wx}{YAk^2}$$

(from equ 1)

We have,
$$dy = x d\theta = x \frac{Wx dx}{YAk^2} = \frac{Wx^2 dx}{YAk^2} \dots\dots\dots (2)$$

Therefore, the total depression of the end of the cantilever,

$$y = \int_0^l \frac{Wx^2}{YAk^2} dx$$
$$y = \frac{Wl^3}{3YAk^2}$$

Special cases:

1. Rectangular cross-section

$$Ak^2 = \frac{bd^3}{12}$$
$$y = \frac{4Wl^3}{YAk^2}$$

2. Circular cross section

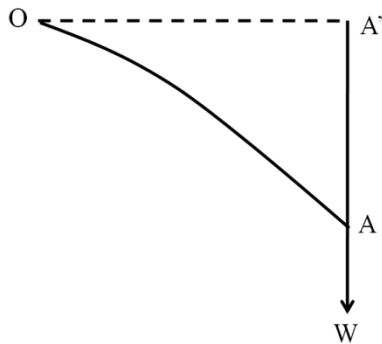
$$I_g = \frac{\Pi r^4}{4}$$
$$y = \frac{4Wl^3}{3Y \Pi r^4}$$

Young's modulus

$$Y = \frac{4Wl^3}{3y \Pi r^4}$$

OSCILLATIONS OF A CANTILEVER

Let OA be a cantilever of length l of negligible mass fixed at O. Let a mass M be attached at the other end A. If the mass is slightly depressed and then released, the cantilever will execute simple harmonic motion about its original depressed position.



The depression of the loaded end of the cantilever is

$$y = \frac{Wl^3}{3YAk^2}$$

or

$$W = \frac{3YAk^2}{l^3} \cdot y$$

This must be equal to the elastic relation of the cantilever balancing it and hence directed opposite to it.

If M is the mass of the weight W and d^2y/dt^2 the acceleration (upwards) we have,

$$\text{Elastic reaction} = M \frac{d^2y}{dt^2}$$

$$-M \frac{d^2y}{dt^2} = \frac{3YAk^2}{l^3} \cdot y$$

$$\frac{d^2y}{dt^2} = \frac{-3YAk^2}{Ml^3} \cdot y$$

$$\frac{3YAk^2}{Ml^3} = A \text{ constant}$$

The acceleration of mass M or the free end of the cantilever is thus proportional to its displacement and is directed opposite to it.

It therefore executes a simple harmonic motion of time period T given by

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\text{Displacement}}{\text{Acceleration}}} = 2\pi \sqrt{\frac{y}{\left(\frac{3YAk^2}{Ml^3}y\right)}} = 2\pi \sqrt{\frac{Ml^3}{3YAk^2}}$$

If the mass of the cantilever is not negligible it can be shown that

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\left(M + \frac{1}{3}m\right)l^3}{3YAk^2}}$$

where m = mass of the cantilever.

The mass of the cantilever can be eliminated by finding the periods T_1 and T_2 for two different masses M_1 and M_2 attached to the cantilever at the same length. Then,

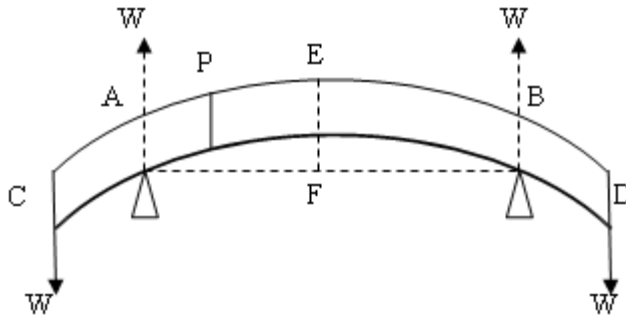
$$T_1^2 = 4\pi^2 \frac{\left(M_1 + \frac{1}{3}m\right)l^3}{3YAk^2} \quad \text{and} \quad T_2^2 = 4\pi^2 \frac{\left(M_2 + \frac{1}{3}m\right)l^3}{3YAk^2}$$

or

$$T_2^2 - T_1^2 = \frac{4\pi^2(M_2 - M_1)l^3}{3YAk^2}$$

$$Y = \frac{4\pi^2(M_2 - M_1)l^3}{3Ak^2(T_2^2 - T_1^2)}$$

Uniform bending of the beam (Theory)



Consider a beam of negligible mass supported symmetrically on two knife – edges A and B in a horizontal level. Let $AB = \ell$. Let equal weights W, W be added to the beam at its ends C and D. Let $AC = BD = a$. then the beam is bent into an arc of a circle. The reactions on the knife edges will then be W and W , acting vertically upwards. Consider the cross-section of the beam at any point P. The only forces acting on the part PC of the beam are the forces W at C and the reaction W at A.

The external bending moment with respect to P

$$= W.CP - W.AP = W(CP - AP) = W.AC = Wa$$

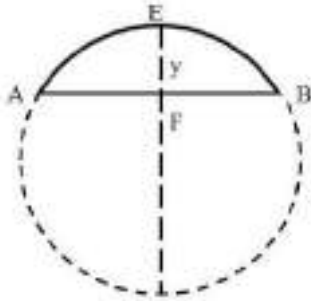
This must be balanced by the internal bending moment YAk^2/R

$$W a = Y A k^2 / R$$

Hence,

$$\text{---- (1)}$$

Since for a given load W, E, a and Ak² are constant. R is a constant. The bending is then said to be uniform. If y is the elevation of the mid-point of AB above its normal position.



$$EF (2R - EF) = AF^2$$

$$y \cdot 2R = l^2 / 4$$

(Here y² is negligible)

$$y = l^2 / 8R \text{ ---- (2)}$$

From equ (1)

$$\frac{1}{R} = \frac{Wa}{Y A k^2} \text{ ---- (3)}$$

$$\frac{8y}{l^2} = \frac{1}{R} \text{ ---- (4)}$$

From equ (2)

Sub equ (4) in Equ (3) we have ,

$$\frac{8y}{l^2} = \frac{Wa}{Y A k^2}$$

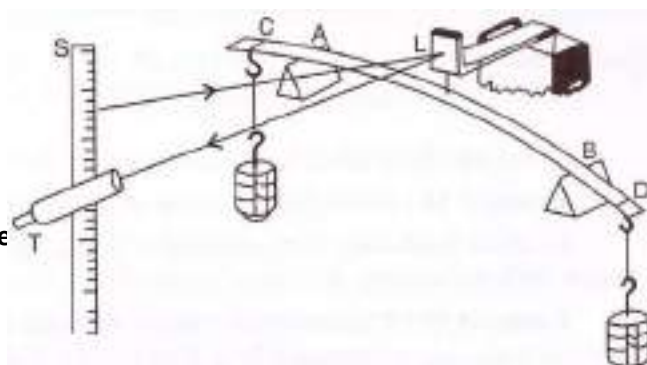
$$y = \frac{W a l^2}{8 Y A k^2} \text{ ---- (5)}$$

For a beam Ak²=bd³/12 and W= Mg

$$y = \frac{3 M g a l^2}{2 Y b d^3}$$

Therefore equ (5), becomes

Uniform bending (Experiment)



Mrs. D. S. Vasanthi, De

The given beam is supported symmetrically on two knife-edges A and B (fig.). Two equal weight-hangers are suspended, so that their distances from the knife-edges are equal. The elevations of the centre of the beam may be measured accurately by using a single optic level (L). The front leg of the single optic lever rests on the centre of the loaded beam and the hind legs are supported on a separate stand. A vertical scale (S) and telescope (T) are arranged in front of the mirror. The telescope is focused on the mirror and adjusted so that the reflected image of the scale in the mirror is seen through the telescope. The load on each hanger is increased in equal steps of m kg and the corresponding readings on the scale are noted. Similarly, readings are noted while unloading. The results are tabulated as follows:

Load in kg	Readings of the scale as seen in the telescope $\times 10^{-2}$ m			Shift in reading for M kg
	Load increasing	Load decreasing	Mean	

The shift in scale reading for M kg is found from the table. Let it be S. If

D = the distance between the scale and the mirror,

x = the distance between the front leg and the plane containing the two hind legs of the optic lever,

Then,
$$y = \frac{Sx}{2D}$$

The length of the beam l between the knife-edges and a , the distance between the point of suspension of the load and the nearer knife-edge ($AC = BD = a$) are measured. The breadth b and the thickness d of the beam are also measured.

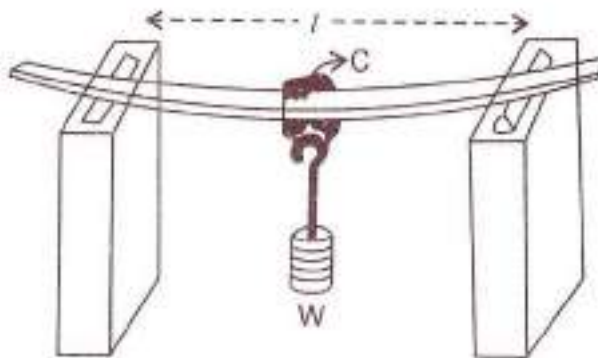
Then,
$$y = \left(\frac{Wal^2}{8YAk^2} \right)$$

or
$$\frac{Sx}{2D} = \frac{Mgal^2}{8Y\left(\frac{bd^3}{12}\right)} \quad [\text{Since } W=Mg \text{ and } Ak^2=bd^3/12]$$

$$Y = \frac{3Mgal^2 D}{Sxbd^3}$$

Non-uniform bending:

The given beam is symmetrically supported on two knife-edges(fig.). A weight-hanger is suspended by means of a loop of thread from the point C exactly midway between the knife-edge. A pin is fixed vertically at C by some wax. A travelling microscope is focused on the tip of the pin such that the horizontal cross-wire coincides with the tip of the pin. The reading in the vertical traverse scale of microscope is noted. Weights are added in equal steps of m kg and the corresponding readings are noted. Similarly, readings are noted while unloading. The results are tabulated as follows:



Load in kg	Readings of the microscope $\times 10^{-2}$ m			Y for M kg
	Load increasing	Load decreasing	Mean	
W				
W+50				
W+100				
W+150				

The mean depression y is found for a load of M kg. The length of the beam (l) between the knife edges is measured. The breadth b and the thickness d of the beam are measured with a vernier calipers and screw gauge, respectively.

Then
$$y = \left(\frac{Wl^3}{48YAk^2}\right) \text{ or } Y = \left(\frac{Wl^3}{48yAk^2}\right)$$

$$\text{or } Y = \left(\frac{Mgl^3}{48 \times \left(\frac{bd^3}{12} \right) \times y} \right) \because (W = Mg \text{ and } Ak^2 = bd^3/12)$$

$$Y = \frac{Mgl^3}{4bd^3}$$

Pin and microscope method

The given beam is supported symmetrically on two knife –edges A and B. Two equal weight hangers are suspended so that their distances from the knife-edges are equal. A pin is placed vertically at the centre of the beam. The tip of the pin is viewed by a microscope. The load on each hanger is increased in equal steps of m kg and the corresponding microscope readings are noted. Similarly, readings are noted while unloading. The results are tabulated as follows.

Load in kg	Readings of the microscope			y for M kg
	Load increasing	Load decreasing	Mean	

The mean elevation (y) of the centre for M kg is found. The length of the beam l between the knife edges and a, the distance between the point of the suspension of the load and the nearer knife-edge (AC=BD=a) are measured. The breadth b and the thickness d of the beam are also measured.

$$y = \frac{Wal^2}{8YAk^2} \quad (W=Mg)$$

$$y = \frac{Mgal^2}{8Y\left(\frac{bd^3}{12}\right)} \quad (Ak^2 = bd^3/12)$$

$$y = \frac{12Mgal^2}{8Ybd^3}$$

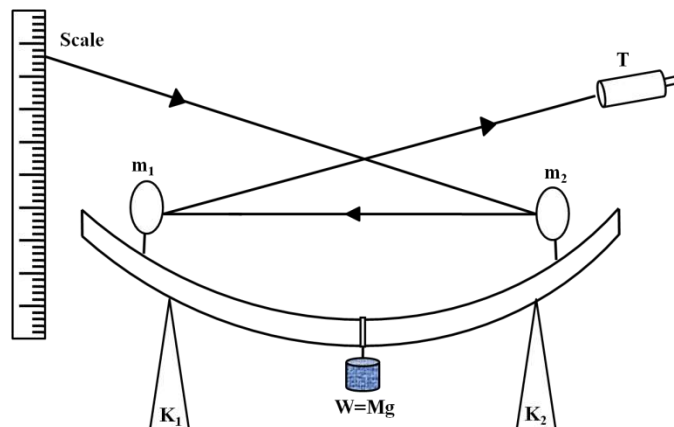
$$Y = \frac{3Mgal^2}{2ybd^3}$$

Using the above formula, we can calculate the Young's modulus of the material of the beam.
Mrs. D. S. Vasanthi, Dept. of Physics

Distinguish between uniform and non- uniform bending

In uniform bending every element of the beam is bent with the same radius of curvature (R). In non- uniform bending , R is not the same for all the elements in the beam.

KONIG'S METHOD



The beam is supported on two knife-edges K1 and K2 separated by a distance l . Two plane mirrors m_1 and m_2 are fixed near the two ends of the beam at equal distances beyond the knife-edges. The two plane mirrors face each other and they are inclined slightly outwards from the vertical.

An illuminated translucent scale and a telescope (T) are arranged as shown. The reading of a point C on the scale as reflected first by m_2 and then a point C on the scale as reflected first by m_1 is viewed in the telescope. Let the load suspended at the mid-point of the beam be M . The beam is then bent and the bending is non-uniform. The mirrors at the ends are turned towards each other. Let the shift in the scale reading be s . The Young's modulus of the material of the beam is then calculated from the relation

$$E = \frac{3 Mgl^2(2D+L)}{2bd^3s}$$

where, l = Distance between the knife-edges

D = Distance between the scale and the remote mirror, m_2

L = Distance between the two mirrors

s = Shift in scale reading for a load of M kg

b = Breadth of the beam

d = Thickness of the beam

The formula can be deduced as explained below.

Let θ be the angle through which each end of the beam has been turned due to loading. Then

Mrs. D. S. Vasanthi, Dept. of Physics

$$\theta = \frac{Wl^2}{16 EAK^2}$$

The mirrors m1 and m2 also turn through the same angle θ due to loading. In Fig. M1 and m2 represent the initial and m1' and m2' the displaced positions of the mirrors. Originally, the image of the scale division at C coincides with the cross-wire and finally when the load is applied, H is seen to be in coincidence with the cross-wire. For convenience in evaluating θ , consider the rays of light to be reversed in their path.

TQEC will be the original path. When m1 is turned through an angle θ to the position m1', QE is turned through 2θ and strikes m2 at G. Then $EG=L2\theta$. The ray GH is turned through an angle 4θ , since in addition to QE having moved through 2θ , m2 itself has turned through θ . Draw GK parallel to EC. Then, $\angle KGH = 4\theta$ and $CK = EG$, $KH = D4\theta$.

\therefore The total shift in scale reading = $s = CK + KH$

$$= EG + KH \quad (CK = EG)$$

$$= L 2\theta + D 4\theta$$

$$= (L + 2D) 2\theta$$

But $\theta = \frac{Wl^2}{16EAK^2}$

Hence, $s = (L + 2\theta) \times 2 \times \frac{Wl^2}{16EAK^2}$

$$E = \frac{Wl^2 (L+2D)}{8 Ak^2 s}$$

Now $Ak^2 = bd^3/12$ for a beam of rectangular cross-section and

$$W = Mg$$

$$E = \frac{Mgl^2(L + 2D)}{8 \left(\frac{bd^3}{12}\right) s} = \frac{3 Mgl^2(2D + L)}{2bd^3s}$$

I section girders:

A girder supported at its two ends as on the opposite walls of a room, bends under its own weight and, or, under the load placed above it. The middle portion gets depressed.

The depression (y) at the mid- point of a rectangular beam is proportional to Wl^3 / Ybd^3 . For the depression (y) to be small for a given load (w), the length of the girder (l) should be small and its breadth (b), depth (d) and Young's modulus for its material (Y) must be large.

Due to the depression, the upper parts of the beam above the neutral surface contract, while those below the neutral surface extend. Hence, the stresses have a maximum value at the top and bottom and progressively decrease to zero as we approach the neutral surface from either face. Therefore, the upper and lower surfaces of the beam must be stronger than the intervening part. That is why the two surfaces of a girder or iron rails (for railway tracks etc.) are made much broader than the rest of it, thus giving its cross-section the shape of the letter **I**. In this manner, material will be saved without appreciably impairing its strength.



Question Bank

2 marks

1. What is beam?
2. What is meant by plane of bending?
3. Define neutral axis.
4. What is cantilever?
5. What is moment of inertia?
6. Distinguish between uniform and non-uniform bending.

5 and 10 marks

1. Derive an expression for the bending moment.
2. Write notes on oscillations of a cantilever.
3. Describe the Koenig's method to find the young's modulus of a beam by non-uniform bending.
4. Obtain an expression for the depression produced at the free end of a cantilever when the weight of the beam is negligible.
5. Derive an expression for elevation at the middle of a beam subjected to uniform bending.
6. Explain the non-uniform bending experiment with theory.
7. Describe the non-uniform bending method of finding the Young's modulus of a beam.

(4) சிலக்சீரின் அமைப்பின் எழுவும் கிழகம் y . அமைப்பு ஊரை -யிலிருந்து x அமைப்பின் அமைப்பு dx கிழகம் ஊரை BC எழுவும் சிமிய பகுதியாக கிழகம். BC எழுவும் ஊரை R எழுவும் ஊரை Δ எழுவும், ஊரை R எழுவும் ஊரை. கிழக சிமிய பகுதியாக கிழகம் கிழகம் கிழகம் கிழகம் $= Wx$. — (1)

$$\text{ஊரை கிழகம் கிழகம்} = \frac{9AK^2}{R} \text{ — (2)}$$

சில கிழகம் கிழக கிழக கிழகம் கிழகம் கிழகம்

$$Wx = \frac{9AK^2}{R} \text{ — (3) } \therefore 9AK^2 W - \text{கிழகம்}$$

$$x \propto \frac{1}{R} \text{ — (4)}$$

அமைப்பு ஊரை Δ எழுவும் பகுதி கிழகம். அமைப்பு கிழகம் ஊரை ஊரை கிழகம் ஊரை Δ எழுவும்.

BP, CR எழுவும் ஊரை B, C எழுவும் கிழகம் ஊரை Δ எழுவும் கிழகம் கிழகம் கிழகம். $PQ = dy$

$$\angle PEQ = d\theta ; \angle BDC = d\theta$$

$$d\theta = \frac{PQ}{EP} = \frac{dy}{2} \text{ — (5)}$$

$$d\theta = \frac{BC}{BD} = \frac{dx}{R} \text{ — (6)}$$

$$(5) = (6) \Rightarrow \frac{dx}{R} = \frac{dy}{2}$$

$$\frac{1}{R} = \frac{dy}{2 \cdot dx} \text{ — (7)}$$

(7) கிழக கிழகம் (2) $\frac{dy}{dx}$

$$Wx = 9AK^2 \cdot \frac{dy}{2 \cdot dx}$$

$$dy = \frac{W}{9AK^2} \cdot x^2 \cdot dx \text{ — (8)}$$

அமைப்பு கிழகம் கிழகம் கிழகம்

(5)

$$y = \int_0^l \frac{W}{2AK^2} \cdot x^2 \cdot dx = \frac{W}{2AK^2} \left[\frac{x^3}{3} \right]_0^l = \frac{Wl^3}{3 \cdot 2AK^2}$$

$$y = \frac{Mgl^3}{3 \cdot 2AK^2} \text{ --- (9) } (\because W = Mg)$$

எனது : 1

நெகிழ்ச்சி சுலக்சிதம் $AK^2 = bd^3/12$

$$y = \frac{4Mgl^3}{9bd^3} \text{ --- (10)}$$

எனது : 2

முற்றம் சுலக்சிதம் $AK^2 = \pi r^4/4$

$$y = \frac{4Mgl^3}{3 \cdot \pi r^4} \text{ --- (11)}$$

உணர் சுலக்சிதம் அமைவு (Cantilever Oscillation)

நீளம் l - கொண்ட உணர் சுலக்சிதம் ஒருமையின் கீழே W சுலக்சி நெகிழ்ச்சியில் பிடிக்கப்பட்டுள்ளது, இதுமூலம் கிடைசெய்யப்படுகிறது. அகலமயச் சிதப்பு y ஆகிய எதிர்ப்பி கிடைசெய்யப் படுகிறது, உணர் சுலக்சி அமைவுகிறது. சிதப்பு y ஆகிய சிதப்பு கிடைசெய்யப்படுகிறது.

உணர்சுலக்சிதம் கிடைசெய்ய $y = \frac{Mgl^3}{3 \cdot 2AK^2} = \frac{Fl^3}{3 \cdot 2AK^2} \text{ --- (1)}$

விசை $F = \frac{3 \cdot 2AK^2}{l^3} \cdot y \text{ --- (2)}$

உணர் சுலக்சிதம் அமைவுமூலம் கிடைசெய்ய dy அமைவு நெகிழ்ச்சியாக, கிடைசெய்ய நெகிழ்ச்சியில் அமைவு

$dW = F \cdot dy = \frac{3 \cdot 2AK^2}{l^3} \cdot y \cdot dy \text{ --- (3)}$

கிடைசெய்ய y -ஆக நெகிழ்ச்சியில் அமைவு அமைவு

(6)

$$W = \int_0^l dW = \frac{39AK^2}{23} \int_0^y y dy = \frac{39AK^2}{213} \cdot y^2 \quad (4)$$

WEILWEILER BEWEGUNG FLÜSSIGKEIT IN EINER STRECKENSTRECKE

$$\text{KINETISCHE ENERGIE} = \frac{39AK^2}{213} \cdot y^2 \quad (5)$$

FLÜSSIGKEIT BEWEGUNG HORIZONTALEN BEWEGUNG BEI EINER BESTIMMTEN STRECKENSTRECKE

$$\text{KINETISCHE ENERGIE} = \frac{1}{2} MV^2 = \frac{1}{2} M \left(\frac{dy}{dt} \right)^2 \quad (6)$$

WEILWEILER BEWEGUNG FLÜSSIGKEIT IN EINER STRECKENSTRECKE

$$\frac{1}{2} M \left(\frac{dy}{dt} \right)^2 + \frac{39AK^2}{213} \cdot y \frac{dy}{dt} = 0$$

$$\frac{d^2y}{dt^2} + \frac{39AK^2}{M13} \cdot y = 0$$

$$(ON) \frac{d^2y}{dt^2} = -\frac{39AK^2}{M13} \cdot y \quad (8)$$

WEILWEILER BEWEGUNG FLÜSSIGKEIT IN EINER STRECKENSTRECKE

$$d^2y/dt^2 \propto y \quad (9)$$

WEILWEILER BEWEGUNG FLÜSSIGKEIT IN EINER STRECKENSTRECKE

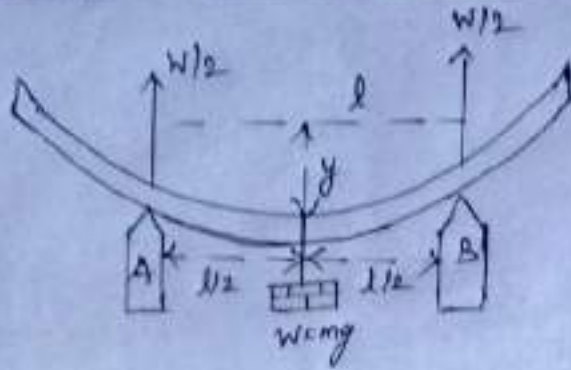
$$\text{STRECKENSTRECKE } T = 2\pi \sqrt{\frac{M13}{39AK^2}} \quad (10)$$

$$T^2 = \frac{4\pi^2 M13}{39AK^2}$$

$$g = \frac{4\pi^2 M13}{3T^2 AK^2} \quad (11)$$

$$g = \frac{16\pi^2 M13}{T^2 bd^3} \quad (12) \left\{ \begin{array}{l} AK^2 = \frac{bd^3}{12} \end{array} \right\}$$

7) சிறிதளவு வளைவு (Non-uniform Bending).



கீழ்க் குறிப்பிட்ட A, B-ஓடு மீது ஸ்திரீலா சீராக
வாழ்க்கப்பட்டுள்ளது. கீழ்க் குறிப்பிட்டவகைமலகல 2 ஓடு சீராக \$l\$
சுலக்சீராக வலக்சீராக \$W = mg\$ சீராக சாலகலக்சீராக சீராகவலகல
-படுகலகலகல, வலக்சீராக சீராகவலகல சீராகவலகல \$y\$-சீராக
சீராகவலகல.

கீழ்க் குறிப்பிட்டவகை சீராகவலகல சீராகவலகல
\$W/2\$ சீராக. சுலக்சீராக சீராக வலகல சுலகலகலகலகல
கீழ்க் குறிப்பிட்ட. வலகலசுலகலகலகல வலகலகலகல
சீராகவலகலகலகல கீழ்க் குறிப்பிட்ட \$W/2\$ சீராக சீராக
சீராகவலகலகலகலகலகலகலகல.

$$\text{வலகல சுலகலகலகலகல சீராகவலகல } y = \frac{Wl^3}{39AK^2} \quad \text{--- (1)}$$

$$W = \frac{W}{2} ; l = \frac{l}{2}$$

$$y = \frac{(W/2)(l/2)^3}{39AK^2} = \frac{Wl^3}{489AK^2} \quad \text{--- (2)}$$

சீராகவலகல 1

$$\text{சீராகவலகல சுலகலகலகலகல } AK^2 = bd^3/12$$

$$\text{சீராகவலகல } y = \frac{Wl^3}{489 \cdot \frac{bd^3}{12}} = \frac{Wl^3}{49bd^3} = \frac{Mgl^3}{49bd^3} \quad \text{--- (3)}$$

$$\text{வலகல சீராகவலகல } q = \frac{Mgl^3}{4bd^3y} \text{ Nm}^{-2} \quad \text{--- (4)}$$

(8)

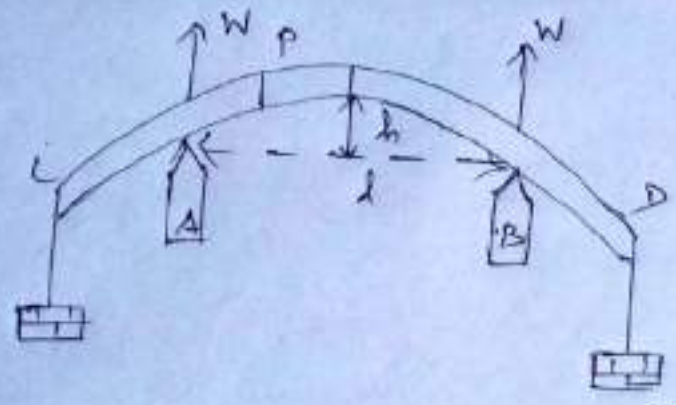
Examp 2 :

200mm diameter steel cylinder's $AK^2 = \frac{\pi r^4}{4}$

$$y = \frac{wl^3}{12} = \frac{48g \frac{\pi r^4}{4}}{12 \pi r^4} = \frac{Mgl^3}{12 \pi r^4 g} \quad \text{--- (5)}$$

with constant $q = \frac{Mgl^3}{12 \pi r^4 y} \text{ Nm}^{-2} \quad \text{--- (6)}$

Examp 2 (Uniform loading)



CD ന്റെ മൂലം AD ന്റെ മേൽ ഭക്തി പ്രതിരോധം
 ഉണ്ടാകാൻ തടയാൻ പറ്റാത്തതു. ഈ ഭക്തി പ്രതിരോധം കാരണം
 200mm ദൂരം l - ന്റെ നേർത്തുവന്നു. FL ക്ക്തിയുടെ പ്രതിരോധം
 CD ന് $W = Mg$ ന്റെ നേർത്തുവന്നു തടയാൻ പറ്റാത്തതു
 ക്ക്തിയ്ക്ക് $AC = BD = a$. ഭക്തി പ്രതിരോധം 200mm ന്റെ
 ഉണ്ടാകാൻ W . ക്ക്തിയുടെ നേർത്തുവന്നു ന്റെ
 ന്റെ.

FL ക്ക്തിയ്ക്ക് EC ന്റെ മേൽത്തുവന്നു ക്ക്തിയ്ക്ക് ന്റെ
 P ന്റെ ക്ക്തിയുടെ ന്റെ.

$$\begin{aligned} &P \text{ ന്റെ ക്ക്തിയുടെ ന്റെ} \\ &= W \cdot CP - W \cdot AP = W (CP - AP) \\ &= W \cdot CA = W \cdot a \quad \text{--- (7)} \end{aligned}$$

⑨ $\text{പുലർച്ചിരിൽ ഉന്നതയ കിരീടപുലർച്ചിരിൽ} = \frac{qAK^2}{R} \text{ --- ②}$

പുലർച്ചിരിൽ ഉന്നതയ കിരീട കിരീടപുലർച്ചിരിൽ ഉന്നതയ കിരീടപുലർച്ചിരിൽ.

$W_a = \frac{qAK^2}{R} \text{ --- ③}$

R, q, AK^2, W, a - ധാരണീകരണങ്ങൾ. ഉന്നതയ കിരീടപുലർച്ചിരിൽ ഉന്നതയ കിരീടപുലർച്ചിരിൽ ഉന്നതയ കിരീടപുലർച്ചിരിൽ ഉന്നതയ കിരീടപുലർച്ചിരിൽ.

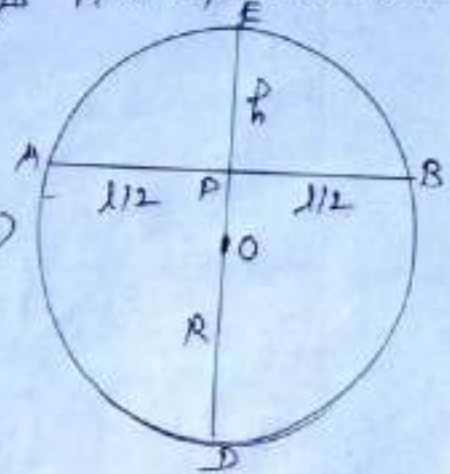
പുലർച്ചിരിൽ ഉന്നതയ കിരീടപുലർച്ചിരിൽ ഉന്നതയ കിരീടപുലർച്ചിരിൽ ഉന്നതയ കിരീടപുലർച്ചിരിൽ.

$AP \cdot PB = EP \cdot PD$

$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = h(2R-h)$
(h - ഉന്നതയ കിരീട)

$\frac{1^2}{4} = 2Rh$

$R = \frac{1^2}{8h} \text{ --- ④}$



④ ഉ ③ ന് പകർച്ചിരിൽ

$W_a = \frac{qAK^2 \cdot 8h}{1^2}$

ഉന്നതയ കിരീട $h = \frac{W_a 1^2}{8qAK^2} = \frac{Mga 1^2}{8qAK^2} \text{ --- ⑤}$

ഉദാഹരണം 1

ഉന്നതയ കിരീടപുലർച്ചിരിൽ $AK^2 = bd^3/12$

ഉന്നതയ കിരീടപുലർച്ചിരിൽ $q = \frac{3Mga 1^2}{2bd^3 \cdot h} \text{ --- ⑥}$

ഉദാഹരണം 2

ഉന്നതയ കിരീടപുലർച്ചിരിൽ $AK^2 = \pi R^4/4$

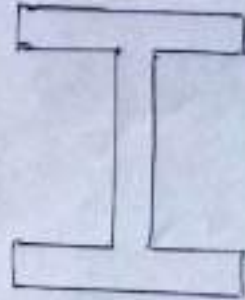
ഉന്നതയ കിരീടപുലർച്ചിരിൽ $q = \frac{Mga 1^2}{2\pi R^4 \cdot h} \text{ --- ⑦}$

12

I வடிவ உச்சிநாங்கினி (I-Form Girder)

யின் அகலமின் எதிர்நகரின் சமன்பாட்டின் அமைப்பில் பலகாரம் உச்சிநாங்கினி அமைப்பின் எதிர்ப்பு, அமைப்பின் எதிர்ப்பு மற்றும் எதிர்ப்பு ஆகியவை உள்ளன. இவற்றின் மையப்பகுதி குறைக்கப்படுகிறது. உச்சிநாங்கினி அமைப்பின் மையப்பகுதி எதிர்ப்பும், எதிர்ப்பும் ஆகியவை Mg எனில்

$$y = \frac{Mg l^3}{4bd^3g}$$



- 1 - இது சமன்பாட்டில் உள்ள l என்பது
- 2 - மையப்பகுதி
- 3 - உச்சிநாங்கினி அகலம்
- 4 - எதிர்ப்பு.

உச்சிநாங்கினி எதிர்ப்பும் குறைக்க சமன்பாடு குறைக்க வேண்டும். குறைக்க வேண்டிய காரணிகள் எதிர்ப்பு (Mg), l , அகலம் b மற்றும் மையப்பகுதி அகலம் (b). எதிர்ப்பு (d) மற்றும் மையப்பகுதி அகலம் (b) குறைக்க வேண்டும். எதிர்ப்பு குறைக்க வேண்டிய காரணிகள் b மற்றும் d குறைக்க வேண்டும். சமன்பாட்டில் d^3 உள்ளதால், அகலத்தை குறைப்பதற்கு d குறைக்க வேண்டும். குறைக்க வேண்டிய காரணிகள் குறைக்க வேண்டிய காரணிகள் குறைக்க வேண்டும்.

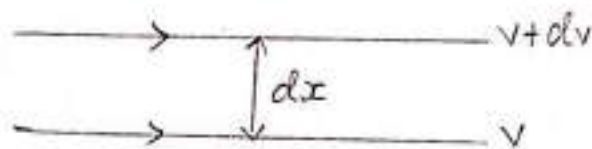
எதிர்ப்பு குறைக்க வேண்டும். குறைக்க வேண்டிய காரணிகள் குறைக்க வேண்டும். குறைக்க வேண்டிய காரணிகள் குறைக்க வேண்டும். குறைக்க வேண்டிய காரணிகள் குறைக்க வேண்டும். குறைக்க வேண்டிய காரணிகள் குறைக்க வேண்டும். குறைக்க வேண்டிய காரணிகள் குறைக்க வேண்டும். குறைக்க வேண்டிய காரணிகள் குறைக்க வேண்டும். குறைக்க வேண்டிய காரணிகள் குறைக்க வேண்டும். குறைக்க வேண்டிய காரணிகள் குறைக்க வேண்டும்.

UNIT-3

VISCOSITY

Viscosity:

When two parallel layers of a liquid are moving with different velocities, they experience tangential forces which tend to retard the faster layer and accelerate the slower layer. These forces are called forces of viscosity.



Consider two layers of liquid separated by a distance dz . Let v and $v+dv$ be the velocities of two layers. So the velocity gradient is dv/dz . Let A be the surface area of the layer. The viscous force is directly proportional to the surface area A and velocity gradient dv/dz .

$$\text{i.e., } F \propto A \frac{dv}{dz} \text{ or } F = \eta A \frac{dv}{dz}$$

Where η is a constant for the liquid and called coefficient of viscosity. If $A=1$ and $dv/dz=1$, we have $F=\eta$.

Unit of η is N s m^{-2} . It is called the pascal second.

$$\text{Dimensions of } [\eta] = \frac{[F]}{[A][dv/dz]} = \frac{\text{MLT}^{-2}}{\text{L}^2(\text{LT}^{-1}/\text{L})} = \text{ML}^{-1}\text{T}^{-1}$$

Streamline flow:

In a steady flow, each particle follows exactly the same path and has exactly the same velocity as its predecessor. In such a case, the liquid is said to have an orderly or stream flow.

Turbulent flow:

When the external pressure causing the flow of the liquid is excessive, the motion of the liquid takes place with a velocity greater than the critical velocity and the motion becomes unsteady or turbulent.

Definition of critical velocity:

Critical velocity of a liquid is the velocity below which the motion of the liquid is orderly and above which the motion of the liquid becomes turbulent.

Expression for the critical velocity:

The critical velocity of a liquid may depend upon (i) the coefficient of viscosity of the liquid (η) (ii) the density of the liquid (ρ) and (iii) the radius r of the tube through which the liquid is flowing. we may write

$$v_c = k \eta^a \rho^b r^c$$

where k is constant called Reynolds number. Writing the dimensions of these quantities,

$$[LT^{-1}] = [ML^{-1}T^{-1}]^a [ML^{-3}]^b [L]^c$$

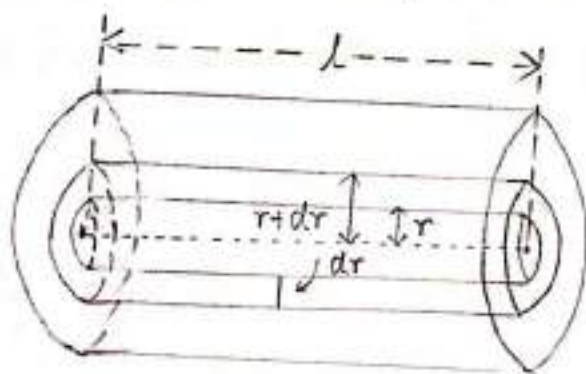
$$[LT^{-1}] = [M^{a+b} L^{-a-3b+c} T^{-a}]$$

$$a+b=0, -a-3b+c=1 \text{ and } -a=-1$$

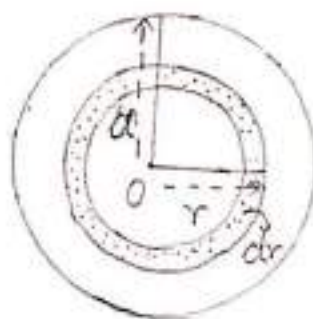
From these equations we have, $a=1, b=-1, c=-1$.

$$\therefore v_c = \frac{k \cdot \eta}{\rho r}$$

Poiseuille's formula for the flow of a liquid through a capillary tube:



(a)



(b)

Suppose a constant pressure difference p is maintained between the two ends of the capillary tube of length l and radius a , as shown in Fig. Consider the steady flow of a liquid of coefficient of viscosity η through the tube. The velocity of the liquid is a maximum along the axis and is zero at the walls of the tube. Assume that there is no radial flow.

Consider a cylindrical shell of the liquid coaxial with the tube of inner radius r and outer radius $r+dr$. Let the velocity of the liquid on the inner surface of the shell be v and that on the outer surface be $v-dv$. (dv/dr) is the velocity gradient.

The surface area of the shell = $A = 2\pi r l$

$$F_1 = -\eta A \frac{dv}{dr} = -\eta 2\pi r l \frac{dv}{dr}$$

$$F_2 = p \pi r^2$$

Where p = pressure differences across the two ends of the tube and πr^2 = Area of cross-section of the inner cylinder.

backward dragging force (F_1) = The driving force

$$-\eta 2\pi r l \frac{dv}{dr} = p \pi r^2 \quad (\text{or}) \quad dv = \frac{-p}{2\eta l} r dr. \quad (F_2)$$

Integrating $v = \frac{-p}{2\eta l} \frac{r^2}{2} + c.$

Where c is a constant of integration.

When $r = a$, $v = 0$, Hence $0 = \frac{-p}{2\eta l} \frac{a^2}{2} + c$ (or) $c = \frac{pa^2}{4\eta l}.$

$$\therefore v = \frac{p}{4\eta l} (a^2 - r^2)$$

Hence the volume of liquid that flows out per second through this shell.

$$dv = \left[\begin{array}{l} \text{Area of cross-section} \\ \text{of the shell of} \\ \text{radius } r \text{ and thick-} \\ \text{-ness } dr \end{array} \right] \times \text{Velocity of flow.}$$

$$= 2\pi r dr \frac{P}{4\eta l} (a^2 - r^2)$$

$$= \frac{\pi P}{2\eta l} (a^2 r - r^3) dr$$

The volume of the liquid that flows out per second is obtained by integrating the expression for dv between the limits $r=0$ to $r=a$.

$$V = \int_0^a \frac{\pi P}{2\eta l} (a^2 r - r^3) dr = \frac{\pi P}{2\eta l} \left[a^2 \frac{r^2}{2} - \frac{r^4}{4} \right]_0^a$$

$$= \frac{\pi P}{2\eta l} \frac{a^4}{4}$$

$$(or) \quad V = \pi P a^4 / 8\eta l$$

Correction's to poiseuille's formula:

(i) Correction for pressure head:

The effective pressure is less and given by

$$P_1 = P - \frac{v^2 \rho}{\pi^2 a^4}$$

The K.E given to the liquid of density ρ per second

$$E' = \int_0^a \frac{1}{2} (2\pi r dr v \rho) v^2 = \pi \rho \int_0^a r v^3 dr$$

$$\text{But } v = \frac{P}{4\eta l} (a^2 - r^2)$$

$$\therefore E' = \pi \rho \int_0^a r \left(\frac{P}{4\eta l} \right)^3 (a^2 - r^2)^3 dr$$

$$= \pi \rho \left(\frac{P}{4\eta l} \right)^3 \frac{a^8}{8} = \left(\frac{\pi P a^4}{8\eta l} \right)^3 \frac{\rho}{\pi^2 a^4} = \frac{v^3 \rho}{\pi^2 a^4}$$

$$\therefore pV = p_1 V + \frac{V^3 \rho}{\pi^2 a^4}$$

$$\text{(or)} \quad p_1 = p - \frac{V^2 \rho}{\pi^2 a^4}$$

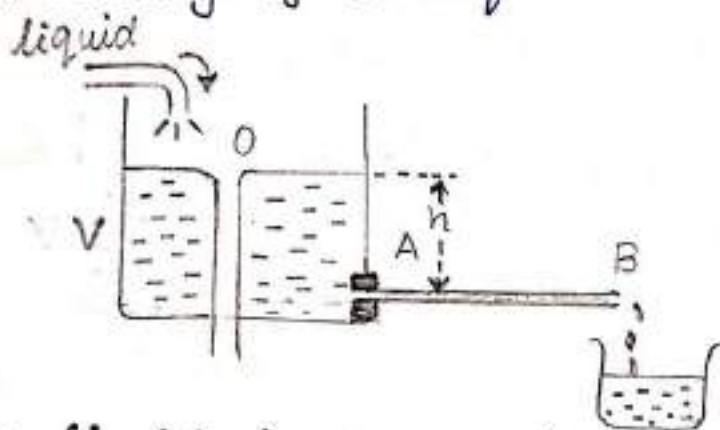
$$\therefore p_1 = \rho g \left(h - \frac{V^2}{\pi^2 a^4 g} \right)$$

(ii) Correction for the length of tube:

The corrected relation for η becomes

$$\eta = \frac{\pi a^4}{8V(l + 1.64a)} \left(h - \frac{V^2}{\pi^2 a^4 g} \right) \rho g.$$

Poiseuille's method for determining coefficient of viscosity of a liquid:



The liquid is taken in the constant level tank upto a height h . A capillary tube AB is fixed to the bottom of the tank. A weighted breaker is placed below the free end B of the capillary tube. The mass m of the liquid collected in it in time t is found out.

Volume of the liquid flowing per second = $v = m / (\rho \cdot t)$ where ρ is the density of the liquid. The length l of the capillary tube, is measured by a metre rod. The radius of the capillary

tube is determined very accurately, using the travelling microscope. Then from the relation

$$\eta = \frac{\pi p a^4}{8 v l} \quad (\text{where } p = h \rho g)$$

the value of η for the liquid can be easily calculated.

Comparison of viscosities:

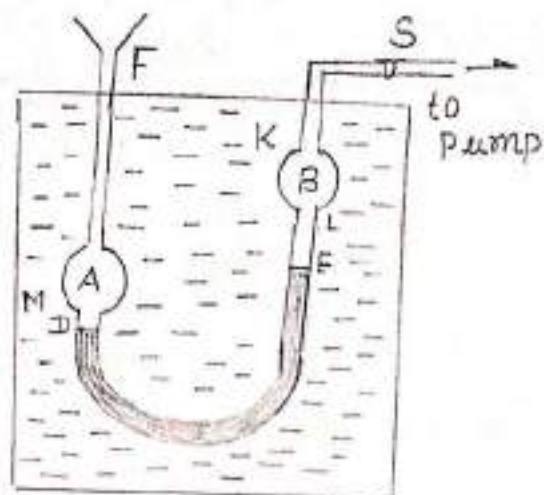
The liquid whose viscosity is η_1 is first used in the constant level tank and the volume of liquid flowing per second = $v_1 = m_1 / \rho_1 \cdot t$. The experiment is repeated for the other liquid whose viscosity is η_2 and the volume of liquid flowing per second = $v_2 = m_2 / \rho_2 \cdot t$. If l is the length of the tube, a its radius and ρ_1 and ρ_2 the densities of the two liquids,

$$\eta_1 = \frac{\pi h \rho_1 g a^4}{8 v_1 l} \quad \text{and} \quad \eta_2 = \frac{\pi h \rho_2 g a^4}{8 v_2 l}$$

$$\therefore \frac{\eta_1}{\eta_2} = \frac{\rho_1 v_2}{\rho_2 v_1}$$

ρ_1, ρ_2 can be determined with a Hare's apparatus. Thus the viscosities of two liquids can be compared.

Ostwald's viscometer:



This instrument is used to compare the viscosities of two liquids. It is also used to study the variation of viscosity of a liquid with temperature.

The apparatus consists of two glass bulbs A and B joined by a capillary tube DE bent into a U-form. The bulb A is connected to a funnel F. The bulb B is connected to an exhaust pump through a stop-cock, S. K, L, and M are fixed marks, as shown in figures. The whole apparatus is placed inside a constant temperature bath.

Theory:

Let η_1 and η_2 be coefficient of viscosity and ρ_1 and ρ_2 the densities of the two liquids respectively. Let the volume of liquid between K and L be V. Then,

the rate of flow of the first liquid = $v_1 = V/t_1$

and rate of flow the second liquid = $V_2 = V/t_2 \rightarrow (2)$

$$\text{Now, } \eta_1 = \frac{\pi \cdot P_1 \cdot a^4}{8V_1 \cdot l} \text{ and } \eta_2 = \frac{\pi \cdot P_2 \cdot a^4}{8V_2 \cdot l}$$

$$\text{(or)} \quad \frac{\eta_1}{\eta_2} = \frac{V_2}{V_1} \times \frac{P_1}{P_2} \rightarrow (3)$$

But the pressure p is proportional to the density of the liquid used ($P = h\rho g$)

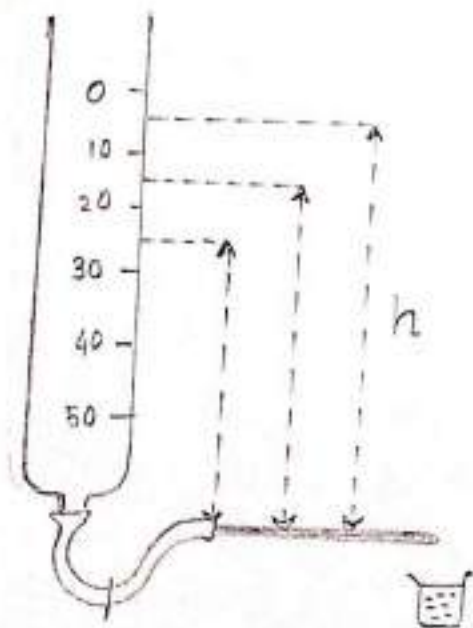
$$\text{Hence, } \frac{P_1}{P_2} = \frac{P_1}{P_2} \rightarrow (4)$$

Also dividing (2) by (1), $\frac{V_2}{V_1} = \frac{t_1}{t_2} \rightarrow (5)$

$$\text{Hence, } \frac{\eta_1}{\eta_2} = \frac{t_1 \cdot P_1}{t_2 \cdot P_2} \rightarrow (6)$$

From equation (6) η_1/η_2 can be calculated.

Poiseuille's method for determining coefficient of viscosity of a liquid. [Variable pressure head].



The given liquid is poured into a graduated burette. The capillary tube is fixed as shown in figure. The clip is opened fully. The liquid is allowed to flow slowly through the capillary tube. When the liquid-level in the burette crosses the zero marking, a stop clock is started. The readings of the stop clock are noted when the liquid level crosses the 10 cc, 20 cc, 30 cc etc..., markings. The vertical height h between the capillary tube and midpoints of the range 0-10 cc, 10-20 cc, 20-30 cc etc., are measured.

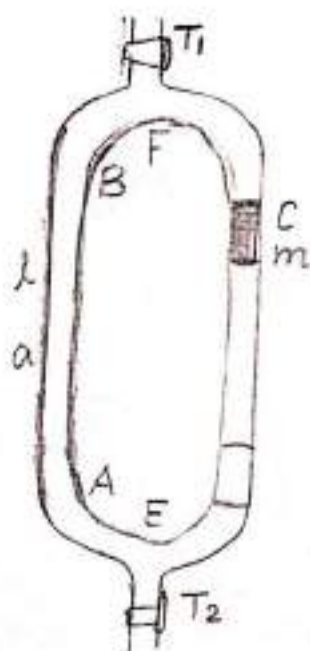
The length of the capillary tube (l) is measured. The radius a of the capillary tube is measured using mercury thread or microscope. The density of the liquid ρ is determined using Hare's apparatus. The coefficient of viscosity is calculated using the formula,

$$\eta = \frac{\pi \rho g a^4}{8l} \left(\frac{h \cdot t}{V} \right).$$

Rankine's method for determination of η of a gases

His apparatus consists of a closed vessel ABCD. Between A and B there is a capillary tube of length l and radius a . In the opposite branch, there is a mercury pellet of mass m . There are two fixed marks C and D such that the volume v of the upper portion BC is equal to the volume of lower portion AD. Let the volume of gas in the whole tube ABCD be V . T_1 and T_2 are taps for filling the vessel with the experimental gas. Let α be the area of cross-section of the tube CD. Then the pressure difference between the ends of the capillary tube is caused by mercury pellet and the excess of pressure = mg/α . Then η is calculated using the formula

$$\eta = \frac{\pi a^4 m g t}{8 \alpha l (V - 2v)}$$



Theory of the Experiment: When the apparatus is placed horizontally, the pressure p is the same throughout and the density of the gas is ρ , where ρ is the density per unit pressure. The mass of the gas in the whole tube = $\rho p V$ and remains constant.

At the beginning of the Experiment:

pressure at the outlet B } = Pressure above mercury pellet at C } = P_1 (say)

pressure at the inlet A } = Pressure below the mercury pellet at C } = $P_1 + \frac{mg}{\alpha} = P_2$

At the end of the experiment:

pressure at the outlet B = pressure above D

pressure at the inlet A = pressure below mercury pellet at D

$$= P_2 + \frac{mg}{\alpha} = P_2'$$

Since the total mass of the gas remains constant, we can write two equations representing the beginning and the end of the experiment.

$$P\rho V = P_1\rho v + \left(P_1 + \frac{mg}{\alpha}\right)\rho(V-v) \dots (1) \text{ at the beginning}$$

$$P\rho V = P_2\rho(V-v) + \left(P_2 + \frac{mg}{\alpha}\right)\rho v \dots (2) \text{ at the end}$$

From (1) $PV = P_1v + P_1V - P_1v + \frac{mg}{\alpha}V - \frac{mg}{\alpha}v$

(or) $P_1v = PV - \frac{mg}{\alpha}V + \frac{mg}{\alpha}v$

$$P_1 = P - \frac{mg}{\alpha} + \frac{mg}{\alpha} \frac{v}{V}$$

$$\therefore P_1' = P_1 + \frac{mg}{\alpha} = P + \frac{mg}{\alpha} \frac{v}{V}$$

From (2) $PV = P_2V - P_2v + P_2v + \frac{mg}{\alpha}v$

(or) $P_2v = PV - \frac{mg}{\alpha}v$

$$P_2 = P - \frac{mg}{\alpha} \frac{v}{V}$$

$$P_2' = P_2 + \frac{mg}{\alpha} = P - \frac{mg}{\alpha} \frac{v}{V} + \frac{mg}{\alpha}$$

$$= P + \frac{mg}{\alpha} \left(1 - \frac{v}{V}\right)$$

At the beginning of the experiment, the mass of the gas enclosed between the first position of the mercury pellet and the inlet of the capillary = $P_1'\rho(V-v)$

At the end of the experiment, the mass of the gas enclosed between the inlet and the second position of the mercury pellet = $p_2' p v$.

Hence the mass of the gas that goes through the capillary tube in time $t = p_1' p (v - v) - p_2' p v$.

$$= \left(p + \frac{mg}{\alpha} \frac{v}{v} \right) p (v - v) - \left[p + \frac{mg}{\alpha} \left(1 - \frac{v}{v} \right) \right] p v$$

$$= p p (v - 2v)$$

The average rate of flow }
in kilogram per second } = $p p \frac{(v - 2v)}{t}$

At the beginning of the experiment, pressure at the inlet A = p_1' . Pressure at the outlet B = p_1 .

$$p_1 v_1 = \frac{\pi a^4}{16 \eta \cdot l} (p_1'^2 - p_1^2)$$

similarly $p_2 v_2 = \frac{\pi a^4}{16 \eta \cdot l} (p_2'^2 - p_2^2)$

The average rate of flow }
in kilogram per second } = $\frac{p p_1' v_1 + p p_2' v_2}{2}$

$$= \frac{p \pi a^4}{16 \eta l} (p_1'^2 - p_1^2) + \frac{p \pi a^4}{16 \eta l} (p_2'^2 - p_2^2)$$

$$= \frac{p \pi a^4}{32 \eta l} [(p_1'^2 - p_1^2) + (p_2'^2 - p_2^2)]$$

Now,

$$p_1'^2 - p_1^2 = (p_1' + p_1)(p_1' - p_1) = \left(2p - \frac{mg}{\alpha} + \frac{2mg}{\alpha} \frac{v}{v} \right) \frac{mg}{\alpha}$$

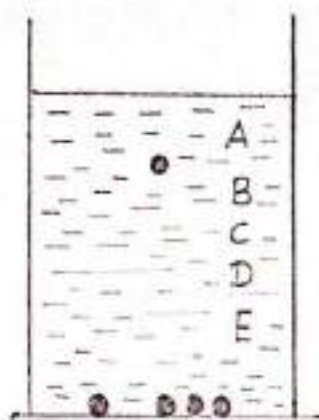
$$p_2'^2 - p_2^2 = (p_2' + p_2)(p_2' - p_2) = \left(2p + \frac{mg}{\alpha} - \frac{2mg}{\alpha} \frac{v}{v} \right) \frac{mg}{\alpha}$$

$$\therefore \text{Average rate of flow} = \frac{p \pi a^4}{32 \eta l} 4p \frac{mg}{\alpha} = p p \frac{\pi a^4}{8 \eta l} \frac{mg}{\alpha}$$

Equating the expressions for

the rate of flow we have, $\frac{p p (v - 2v)}{t} = p p \frac{\pi a^4}{8 \eta l} \frac{mg}{\alpha} = \frac{\pi a^4 mg t}{8 \alpha l (v - 2v)}$

Stokes method for the coefficient of viscosity of a viscous liquid



Stokes method is suitable for highly viscous liquids like castor oil and glycerine. The experimental liquid is taken in a tall and wide jar. Four or five marks, A, B, C, D are drawn on the outside of the jar at intervals of 5 cm. A steel ball is gently dropped centrally into the jar. The

times taken by the ball to move through the distance AB, BC, CD are noted. When the times for two consecutive transits are equal, the ball has reached terminal velocity. Now another ball is gently dropped into the jar. When the ball just reaches a mark below the terminal stage, the time (t) taken by the ball to move through a definite distance (x) is noted.

$$\therefore \text{Terminal velocity} = v = x/t$$

The experiment is repeated for varying distances and the mean value of v is found.

The radius of the ball is measured accurately with a screw gauge. The density of the ball ρ and the density of the liquid ρ' are found by the principle of Archimedes. η is calculated using the formula

$$\eta = \frac{2}{9} \frac{r^2}{v} (\rho - \rho') g$$

UNIT - 3 VISCOSITY

1) பாதிநிலை விசை

பல மாறுபட்ட சிதைகூடுகி திடமைய உண்டா சாம்பு தியக்கத்தத எதிர்க்கின்ற திரவத்தின் பண்பினையும் பாசியல் என்மர் தொடரவியல் விசையை பாதிநிலை விசை என்மர்.

2. பாசியல் எண்

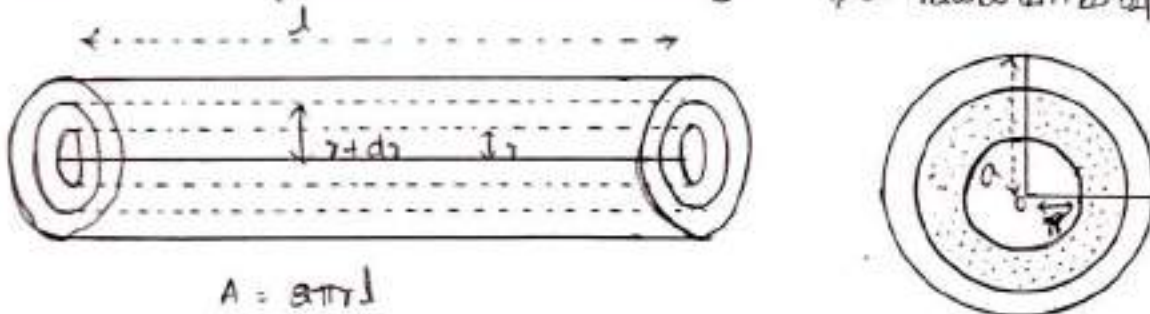
ஒரு திரவத்தில் ஒருவகை மரபீயில் செயற்பட்டு ஒருவகை திரவவகை வட்டத்ததத் தொடர்ந்துவிக்வும் தொடரவியல் விசையை, அத்திரவத்தின் பாசியல் எண் எண்ப்பிடும். $\therefore F \propto A \frac{(v_1 - v_2)}{l}$

திண் ிலை $N\delta m^{-2}$

திண் திரவவகை வட்டத்திற்றகை பரிமாணம் $[\eta] = \frac{MLT^{-2}}{L^2T^{-1}} \Rightarrow ML^{-1}T^{-1}$

3) பாய்ச்சுல் வாய்ப்பாடு

நீளம் l ம், ஆரம் a ம் கொண்ட துண்டுகழத் திழாயின் வதியாக திரவம் தீரான தியக்கம் கொண்டிடுப்பதாக தொள்வொம். அத்தின் வதியை ரதல்லும் திரவ துடயுத் திரவவகைம் ரபடுமமாகவும், திவரினா தொடரவிகாண்டி ரதல்லும் ஒரு நிலையாகவும் தடுக்கும்.



$$A = \pi a^2 l$$

$$v = \frac{\pi P}{8 \eta l} r (a^2 r - r^3) dr$$

$$r = 0 \text{ to } r = a$$

$$v = \int_0^a \frac{\pi P}{8 \eta l} (a^2 r - r^3) dr$$

$$v = \frac{\pi P a^4}{8 \eta l} \text{ திதைடுக்கு } \eta = \frac{\pi P a^4}{8 v l}$$

பாய்ச்சுல் வாய்ப்பாட்டிற்கான திடுத்தம்

- * சதுரத் துகடிற்கான திடுத்தம்.
- * திழாயின் நீளத்திற்கான திடுத்தம்.

U வடிவ இழாயில் படத்தில் காட்டியவாறு ஒரு கண்ணாடி குமிழ்கள் AB மாறுபட்ட மட்டங்களில் வைக்கப்பட்டுள்ளது. D, E பகுதி நுண்ணிறம் கொண்டது. B க்கு மேற்பகுதியிலும், கீழ்பகுதியிலும் K, L ன்று இரத்தப்பட்டுள்ளது. இதல் திரவத்தை F வடிவ ஊற்றி A-வை நிரப்ப வேண்டும். A யிலுள்ள B-வை கையாடாமல் ரசிய வேண்டும். திரவ மட்டம் K-வை கையாடாமல் கையாடாமல் குட ரசிய வேண்டும். திரவமட்டம் K யிலிருந்து L-க்கு கிடைக்காதவற்றை நிரப்புக (1) க்காகவேண்டும். கிடைக்காத L₂ க்காகவேண்டும்.

பயன்பாடு சமன்பாட்டை பயன்படுத்தியும் பாசியன் சூத்திரத்தை பயன்படுத்தும் கண்காணகம்.

இதல் திரவத்தின்

திரவமட்டம் திரவத்தின்

$$v_1 = \frac{V}{t_1} \rightarrow \textcircled{1}$$

$$v_2 = \frac{V}{t_2} \rightarrow \textcircled{2}$$

$$\frac{\eta_1}{\eta_2} = \frac{2P_1 a^4}{8V_1 l} \times \frac{8V_2 l}{2P_2 a^4}$$

$$\frac{\eta_1}{\eta_2} = \frac{v_2}{v_1} \times \frac{P_1}{P_2} \rightarrow \textcircled{3}$$

$$P = h \rho g$$

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{h_1}{h_2} \rightarrow \textcircled{4}$$

$\frac{a}{b}$

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{t_1}{t_2} \times \frac{h_1}{h_2}$$

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{t_1}{t_2}$$

$$\frac{\eta_1}{\eta_2} = \frac{t_1}{t_2} \times \frac{P_1}{P_2}$$

கிடைக்காத இறை :

பாசியன் மாறாத திரவத்தின் கண்காணகம். கிடைக்காத நிலையில்

ஒளியியல் விசை சமன்பாடும். கிப்போஸ் ஒரு வளிமத்தின் ஒரு மீட்டர் நீளம் தாங்கும் திறமையைக் குறிப்பிடுகிறது. இந்த திறமையைக் குறிப்பிடுகிறது விசை திறமையைக் குறிப்பிடுகிறது.

இந்த சமன்பாடு - பாயிண்ட் திறமையைக் குறிப்பிடுகிறது ஒரு மீட்டர் திறமையைக் குறிப்பிடுகிறது. இந்த திறமையைக் குறிப்பிடுகிறது. $F = b \rho v \eta$

$$F = k v^a T^b \eta^c$$

$$F = M L T^{-2}; v = L T^{-1}, T = L, \eta = M L^{-1} T^{-1}$$

$$M L T^{-2} = (L T^{-1})^a L^b (M L^{-1} T^{-1})^c$$

என்பதை,

$$M = M^c$$

$$c = 1$$

$$c = 1 \text{ எனில் } \rightarrow a + b - c = 1 \rightarrow ①$$

$$T^{-2} = T^{-a-c} \rightarrow ②$$

$$-2 = -a - c$$

$c = 1$ என ② க் பிரதியிட,

$$-2 - 1 = -a$$

$$\boxed{a = 1}$$

$a = 1, c = 1$ என ① க் பிரதியிட,

$$b = 1$$

எனவே

$$F = k v \rho \eta$$

$$k = b \rho \eta$$

$$F = b \rho v \eta$$

இந்த திறமையைக் குறிப்பிடுகிறது எனவே:

மேலே உள்ள சமன்பாட்டின் அடர்த்தி ρ எனவும் திறமையைக் குறிப்பிடுகிறது η எனவும் கொள்ளலாம்.

கொளத்தின் எடை = $\frac{4}{3} \pi r^3 \rho g$

கொளமானது அதன் படுமையுக்கி சமமான படுமைய் கொண்ட திரவத்தி உடம்புற செய்கிறது.

கொளத்தின் அடர்த்தி = ρ

திரவத்தின் அடர்த்தி = ρ'

திரவத்தின் எடை = $\frac{4}{3} \pi r^3 \rho' g$

கொளத்தின் தோற்ற எடை = $\frac{4}{3} \pi r^3 \rho g - \frac{4}{3} \pi r^3 \rho' g$
 = $\frac{4}{3} \pi r^3 (\rho - \rho') g$

கொளம் இற்று திரவத்தினை சமநிலை மீட்டுதல் மூலம் பாடுநிலை விதை = கொளத்தின் எடை

$b \pi r^2 = \frac{4}{3} \pi r^3 (\rho - \rho') g$

$v = \frac{2}{9} \frac{r^2}{\eta} (\rho - \rho') g$

எனவே இற்று திரவத்தினை

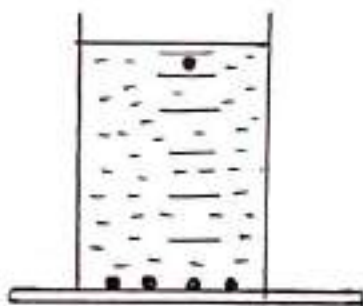
* கொளத்தின் அடர்த்தி மிகவும் குறைவாகவும்

* கொளக் கொள்கின்ற அடர்த்தி, திரவத்தின் அடர்த்தி

மிகவும் குறைவாகவும் இருக்க வேண்டியதற்கு கொளத்தினை

பாடுநிலை மீட்டுதல் மூலம் சமநிலை மீட்டுதலும் சமநிலை

செய்தல் :



விதைகளைக் கொண்டு கொள்கின்ற பாடுநிலை திரவத்தினை அடர்த்தி மிகவும் குறைவாகவும் இருக்க வேண்டும்.

ஆளாயின் சமநிலைப் புறத்தில் சமநிலைநிலைகளில் சிறியவர்கள் சிறிதே
 கொள்ள வேண்டும். சூடு கொள் உருகாதைய எடுத்து சூடுகொள்ளி
 கொண்டு அதன் உருகாத கணத்தில் வேண்டும். கொள்காத
 திரவத்தில் பொட வேண்டும். சிறியவர்களை கடப்பதற்கான
 நேரம் t எனின் இந்நிலைநிலை $v = \frac{x}{t}$

கொள்க அடர்த்தி = ρ

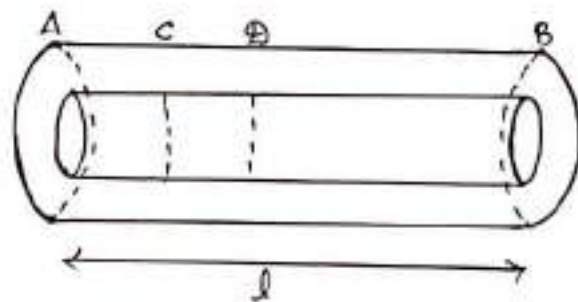
திரவத்தில் அடர்த்தி - ρ' எனவும் கொண்டால்,

$$\eta = \frac{2}{9} \frac{r^2}{\nu} (\rho - \rho') g \text{ என்பது தெரியும்.}$$

வாயுவின் பாசுரிமை.

திரவங்களின் பாசுரிமை எனக் காண்பதற்கான
 வாய்ப்பாட்டினையும், சோதனை அமைப்பினையும் நகர்த்தவாறு
 மாற்றம் செய்து வாயுவின் பாசுரிமை எனக் காணலாம்.

மேயன் வாய்ப்பாடு:



திரவ ஓட்டத்தில் அடர்த்தி மாறலி என எடுத்து
 கொள்ளப்பட்டது. அதன் வாயுவைத் தவிர்த்து எடுத்துக்கொள்ள
 முடியாது. இதாயின் வழியாக வாயு எல்லும்பொது, திரவமேதும்
 அதிகரிக்கிறது. எனவே வாயு ஓட்டத்தில் அதன் படுமனை
 கருதாமல், வாயுவின் நிறமைய கணத்தில் கொள்ளவேண்டும்.
 அதன் ρ எனவும், படுமன் v எனவும் கொண்டால் உருகின்
 அடர்த்தி மாறலி, இதாயில் l நீளம் கொண்ட சூடு படுதி
 கடக்கைய உள்ள அகந்த வெறுபாடு dp எனின், உப்படுதி
 வழியே சூடு கொடியல் கடக்கும் வாயுவின் படுமன்.

$$P \propto \rho$$

$$Pv = \text{மாநிலி}$$

உடையின் வழியாக ஒரு வரையிலும் கடக்கும் வாயுவின் மாநிலி

$$v = \frac{-\pi a^4}{8\eta} \cdot \frac{dp}{dx} \rightarrow \text{①}$$

உள்ளே குழாயில் அகத்தம் P_1 எனவும் ஒரு வரையிலும் குதடியும் வாயுவின் மாநிலி v_1 எனின்.

$$P_1 v_1 dx = \frac{-\pi a^4}{8\eta} P dp$$

வெளியிலும் வாயுவின் அகத்தம் P_2 எனவும், வெளியிலும் வாயுவின் மாநிலி v_2 எனின்.

$$P_1 v_1 = P_2 v_2 = Pv \rightarrow \text{②}$$

$$P_1 v_1 = Pv \Rightarrow P \left[\frac{-\pi a^4}{8\eta} \frac{dp}{dx} \right]$$

$$P_1 v_1 \int_0^l dx = \frac{-\pi a^4}{8\eta} \int_{P_1}^{P_2} P dp$$

$$P_1 v_1 l = \frac{-\pi a^4}{16\eta} [P_2^2 - P_1^2]$$

$$P_1 v_1 = \frac{\pi a^4}{16\eta l} (P_1^2 - P_2^2) \quad [\text{+ve sign eq. (2)}]$$

இந்த சமன்பாட்டை நுண்புதடி குதடியின் வாயு ஒட்டத்திற்குள்ளே சமயம் வாய்ப்பாடு எனின்.

குதடின் குறைப்படி வாயுவின் மாநிலலை எண் காணல்.

ABC எனும் ஒரு நீட்டி நீளம் கொண்ட குதடின் குதடியும் குதடின் AB எனும் நுண்புதடி T_1, T_2 எனும் குதடப்பாடுகள்.

$$P_1 = P - \frac{mg}{\alpha} + \frac{mg}{\alpha} \frac{v}{V}$$

$$P_1' = P_1 + \frac{mg}{\alpha}$$

$$P_1' = P + \frac{mg}{\alpha} \frac{v}{V} \rightarrow \textcircled{3}$$

உதேயமம்

$$P_2' = P + \frac{mg}{\alpha} \left(1 - \frac{v}{V}\right) \rightarrow \textcircled{4}$$

$$\text{மொத்தநிறை} = P_1' P (V - v) - P_2' P v \rightarrow \textcircled{5}$$

$$P P \frac{(V - 2v)}{t} = \text{சுருள்கு நெருத்தல் கலையும் வாயுவின் நிறை}$$

$$\text{வாயுவின் சூட்ட விசை} = \frac{P \pi a^2}{32 \eta l} [(P_1'^2 - P_1^2) + (P_2'^2 - P_2^2)] \rightarrow \textcircled{6}$$

என்பாடு $\textcircled{5}$ க்கு சமனாக.

$$= \frac{P \pi a^2}{32 \eta l} \frac{mg}{\alpha} 4P \Rightarrow P P \frac{\pi a^4}{8 \eta l} \frac{mg}{\alpha}$$

$$\eta = \frac{\pi a^4 mg l}{8 \alpha l (V - 2v)}$$

உதிரிக்கு வாயுவின் பாகுநிலை எண் கணக்கிடலாம்.

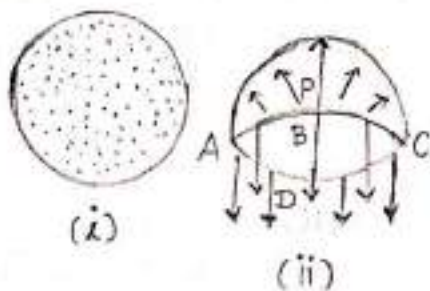
செவ்வகின் பல வாயுகட்டு பாகுநிலை எண் கணக்கிடலாம்.

வாயுவின் பாகுநிலை எண் அளத்ததற்கு சாந்தத்தலை எனவும் நிகழ்பித்தார்.

Surface Tension

Excess pressure inside a liquid drop

A spherical liquid drop has convex surface, as in fig(i). The molecules near the surface of the drop experience a resultant force, acting inwards due to surface tension. Therefore, the pressure inside the drop must be greater than the pressure outside it. Let this excess pressure inside the liquid drop over the pressure outside it be P .



Imagine the drop to be divided into two exactly equal halves. Consider the equilibrium of the upper-half (on the upper hemisphere) of the drop as shown fig (ii). If r is the radius of the drop and σ its S.T.,

the upward force on the plane face ABCD due to the excess pressure P } = $P\pi r^2$

the downward force due to surface tension acting along the circumference of the circle ABCD } = $\sigma^2 2\pi r$

Since the hemisphere is in equilibrium, the two forces are equal

$$\therefore P\pi r^2 = \sigma 2\pi r \quad (\text{or}) \quad P = 2\sigma/r$$

Excess pressure inside a soap bubble :

A soap bubble has two liquid surface in contact with air, one inside the bubble and the other outside the bubble. The force due to S.T in this case = $2 \times \sigma 2\pi r = 4\pi r \sigma$

Therefore, for equilibrium of the hemisphere,

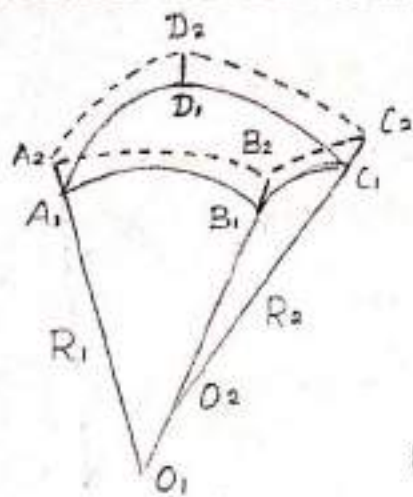
$$P\pi r^2 = 4\pi r \sigma \quad (\text{or}) \quad P = 4\sigma/r.$$

Thus the excess pressure inside a drop or a bubble is inversely proportional to its radius (i.e., $P \propto 1/r$). since $P \propto 1/r$, the pressure needed to form a very small bubble is high. This explains why one needs to blow hard to start a balloon growing. Once the balloon has grown, less air pressure is needed to make it expand more.

Excess pressure inside a curved liquid surface

When the pressure on both sides of a liquid surface is same, then the surface is flat, without any curvature. But when its curved convex upwards, then the pressure inside must be greater than the pressure outside and the excess pressure inside is balanced by the force of S.T.

To find the excess pressure, consider a small curvilinear rectangular element $A_1 B_1 C_1 D_1$ of a liquid surface. $A_1 B_1$ has a radius of curvature R_1 with centre at O_1 . $B_1 C_1$ has a radius of curvature R_2 with centre at O_2 .



Let p be the excess of pressure inside the surface over that outside. Then the outward thrust on the surface $A_1B_1C_1D_1 = p \times \text{Area of the element } A_1B_1C_1D_1 = p \times A_1B_1 \times B_1C_1$. Now, let the surface be moved outward through a very small distance δx . Let the new position of the surface be $A_2B_2C_2D_2$.

Work done in the displacement = $p \cdot A_1B_1 \cdot B_1C_1 \cdot \delta x \rightarrow \textcircled{1}$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Now increase in} \\ \text{surface area} \end{array} \right\} = \text{Area of } A_2B_2C_2D_2 - \text{Area of } A_1B_1C_1D_1 \\ = A_2B_2 \cdot B_2C_2 - A_1B_1 \cdot B_1C_1$$

From similar triangles, $A_1B_1O_1$ and $A_2B_2O_1$.

$$\frac{A_1B_1}{A_2B_2} = \frac{A_1O_1}{A_2O_1} \quad \text{or} \quad \frac{A_1B_1}{A_2B_2} = \frac{R_1}{R_1 + \delta x}$$

$$A_2B_2 = \frac{A_1B_1 (R_1 + \delta x)}{R_1} = A_1B_1 \left[1 + \frac{\delta x}{R_1} \right]$$

$$\text{Similarly, } B_2C_2 = B_1C_1 \left(1 + \frac{\delta x}{R_2} \right)$$

$$\text{Hence } A_2B_2 \cdot B_2C_2 = A_1B_1 \left(1 + \frac{\delta x}{R_1} \right) B_1C_1 \left(1 + \frac{\delta x}{R_2} \right)$$

$$= A_1B_1 \cdot B_1C_1 \left(1 + \frac{\delta x}{R_1} + \frac{\delta x}{R_2} \right)$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Increase in} \\ \text{surface area} \end{array} \right\} = A_1B_1 \cdot B_1C_1 \left(1 + \frac{\delta x}{R_1} + \frac{\delta x}{R_2} \right) - A_1B_1 \cdot B_1C_1$$

$$= A_1B_1 \cdot B_1C_1 \cdot \delta x \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Work done in} \\ \text{increasing the area} \\ \text{of a surface} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} \text{Surface tension} \times \\ \text{increase in surface} \\ \text{area} \end{array} \right\}$$

$$= \sigma \cdot A_1 B_1 \cdot B_1 C_1 \cdot \delta x \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

Equating (1) and (2) we have,

$$P \cdot A_1 B_1 \cdot B_1 C_1 \cdot \delta x = \sigma \cdot A_1 B_1 \cdot B_1 C_1 \cdot \delta x \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

$$(or) \quad P = \sigma \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

The excess of pressure inside any particular surface can be deduced from the above expression.

(1) Spherical liquid drop (or air bubble in a liquid)

It has only one surface and the radius of curvature is the same everywhere i.e., $R_1 = R_2 = r$

$$\therefore P = 2\sigma/r$$

(2) Spherical soap bubble: Here there are two surfaces having the same radius of curvature

$$\therefore P = 4\sigma/r$$

(3) Cylindrical drop: $R_1 = r =$ Radius of the cylinder and $R_2 = \infty \therefore P = \sigma/r$.

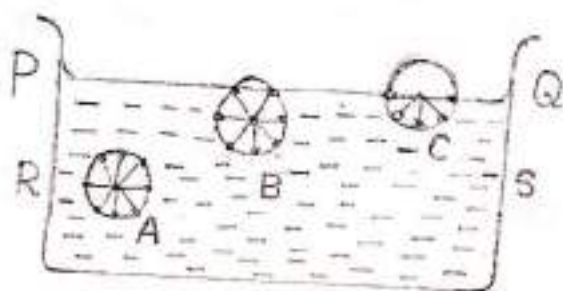
(4) Cylindrical bubble: $P = 2\sigma/r$ since it has two surfaces. We have $P = \sigma \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$. This expression

holds good for surfaces such as spherical or ellipsoidal, for which the principal radii of curvature are on the same side (fig a). But in cases where two radii are in opposite directions

$$(fig b), \quad P = \sigma \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$



1. Explanation of surface tension on kinetic theory



Consider three molecules A, B and C of a liquid. The circles around them indicate their respective spheres of influences.

(i) The molecule A is well within the liquid and it is attracted equally in all directions by the other molecules lying within its sphere of influence. Therefore, it does not experience any resultant force in any direction. This happens only as long as the sphere of influence is well within the liquid.

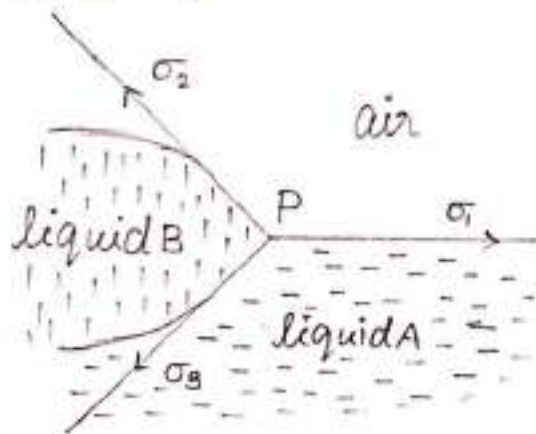
(ii) The molecule B lies on the surface of liquid (partly outside). The upper half of the sphere contains fewer molecules attracting the molecule B upwards, than the lower half attracting it downwards. Hence, there is a resultant downward force acting on B.

(iii) The molecule C lies on the surface of the liquid. Half of this sphere of influence lies above the surface of the liquid and

contains only a few vapour molecules, whereas there are many liquid molecules in its entire lower half. Thus the resultant downward force in this case is the maximum. If a plane RS is drawn parallel to the free surface PQ of the liquid at a distance equal to the molecular range, then the layer of the liquid between the planes PQ and RS is called the surface film. Hence all the molecules in the surface film are pulled downward due to the cohesive force between molecules.

If a molecule is to be brought from the interior of the liquid to the surface of the liquid, work has to be done against the downward cohesive force acting upon it. Hence molecules in the surface film have greater potential energy than the molecules inside the liquid. Since the potential energy of a system tends towards a minimum, the surface film tends to contract, so as to contain minimum number of molecules in it. Thus the surface of the liquid is under tension and behaves like a stretched elastic membrane.

2. Neumann's triangle:



Let a liquid (liquid A) be in contact with another liquid (liquid B) as shown in Fig. The free surfaces of both liquids are in contact with air. Three forces are acting at the point of contact P of the three substances.

- (1) S.T. σ_1 between liquid A and air
- (2) S.T. σ_2 between liquid B and air and
- (3) S.T. σ_3 between liquids A and B

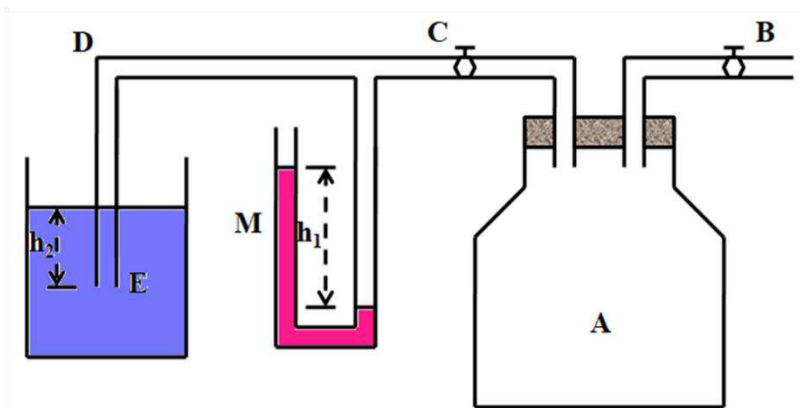
The directions of these tensions are along the tangents at the lines of common contact. If equilibrium is possible, we should be able to represent the three forces acting at the point P by the three sides of a triangle, taken in order. Such a triangle is known as the Neumann's triangle. The sum of any two sides of a triangle is always greater than third side. Therefore, the sum of any two of the three surface tensions σ_1 , σ_2 and σ_3 should be greater than the third. No two pure liquids satisfy this connection, condition. Thus it is not possible to have a drop of one liquid remaining in equilibrium over another liquid. The liquid B, if it is lighter than the liquid A, will spread over the surface of A. Quincke showed that pure water spreads over pure mercury. But, if the mercury surface is contaminated with grease, the water will form a drop on the mercury surface. For contaminated surfaces of liquids, the construction of Neumann's triangle can be possible.

JAEGAR'S METHOD

Principle:

The experiment is based on the principle that the pressure inside an air bubble in a liquid is greater than the pressure outside it by $2\sigma/r$. Here σ is the surface tension of the liquid and r the radius of the air bubble. This excess pressure can be directly found and hence σ can be calculated.

Apparatus:



An aspirator A is closed with a two holed rubber stopper through which pass two glass tubes. One of these is connected to a water reservoir through a stopcock B and the other is joined through a tap C to a manometer M and a vertical tube DE. The tube DE ends in a narrow orifice at E and dips into the experimental liquid contained in a beaker.

Experimental details:

If the stopcock B opened, water flows into the aspirator and the air in the aspirator is displaced. The displaced air forces its way through the tube DE and forms air bubbles at E. The size of each air bubble gradually grows. When its radius becomes equal to the radius of the tube at E, it becomes unstable and breaks away. During the growth of the bubble, the pressure inside increases and reaches a maximum value at the instant of detachment. The difference in manometer levels h_1 is noted just when the bubble detaches itself. At the moment of detachment,

The pressure inside the bubble = $p_1 = H + h_1\rho_1g$

The pressure outside the bubble at the same time = $p_2 = H + h_2\rho_2g$

where

H = atmospheric pressure

h_1 = the difference in manometer levels

h_2 = Length of the tube dipping in the experimental liquid

ρ_1 = density of the manometric liquid

and ρ_2 = density of the experimental liquid

$$\begin{aligned}\text{Excess pressure inside the bubble} = p &= (H + h_1\rho_1g) - (H + h_2\rho_2g) \\ &= (h_1\rho_1 - h_2\rho_2)g\end{aligned}$$

But the excess pressure inside the bubble = $2\sigma/r$

Hence
$$2\sigma/r = (h_1\rho_1 - h_2\rho_2)g$$

$$\sigma = \frac{1}{2}rg (h_1\rho_1 - h_2\rho_2)$$

Advantages of the method:

- 1) The angle of contact need not be known.
- 2) The continual renewal of the liquid air interface helps in avoiding contamination.
- 3) The experiment does not require a large quantity of liquid.
- 4) The liquid in the beaker may be heated to various temperatures. Hence the surface tension of a liquid can be determined at various temperatures.

Drawbacks:

- 1) The exact value of the radius of the bubble when it breaks away cannot be ascertained.
- 2) The drop may not be hemispherical and of quite the same radius as the aperture at E.
- 3) The calculations are based on the assumption of static conditions but the phenomenon is not entirely statical.

For these reasons, this method does not give very accurate results for the surface tension.

VARIATION OF SURFACE TENSION WITH TEMPERATURE

Liquid are of two types,viz., (i) unassociated liquid and (ii) associated liquid. An unassociated liquid contains the individual molecules of that liquid. Example: Benzene and carbon tetrachloride. An associated liquid contains groups of molecules of quite another type. These groups, however, tend to break up into single molecules with a rise in temperature. At the ordinary temperatures, water is known to consist of grouups, consisting of two H₂O molecules, in addition to ordinary single H₂O molecules. Thus water is an associateed liquid at these temperatures.

The surface tension of an unassoicated liquid is found decrease with rise of temperature, according to the simple formula $\sigma_t = \sigma_0 (1 - \alpha t)$ where σ_t is the surface tension at $t^\circ\text{C}$, σ_0 at 0°C and α , the temperature coefficient of surface tension for the liquid. Vander Waals and Ferguson suggested other relations from which it could be easily deduced that the surface tension is zero at the critical temperature. The best relation connecting surface tension and temperature, for both associated and unassociated liquids, is due to Eotvos. This formula was later modified by Ramsay and Shields.

This is represented by $\sigma (Mvx)^{3/2} = k (\theta_c - \theta - d)$

where σ = Surface tension at θ K

θ_c = Critical temperature

d = a constant, varying from 6 to 8 for most of the liquids

k = another constant having the value 2.12 for associated liquids and 2.22 for unassociated liquids.

x = Coefficient of association

$$= \frac{\text{effective molecular weight of associated liquid}}{\text{molecular weight of the unassociated liquid with the same molecules}}$$

M = molecular weight of the unassociated liquid and v its specific volume.

This shows that the surface tension is zero, when $\theta = (\theta_c - d)$ i.e., at a temperature a little below the critical temperature.

Note 1:

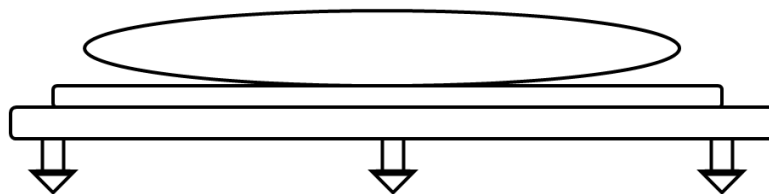
At higher temperature, the molecules themselves possess greater average kinetic energy and are moving about more rapidly. This reduces the effect of molecular attractions. So less work is needed to bring a molecule from the interior of the liquid to the surface. Hence the surface tension of all liquids decreases as the temperature rises.

Note 2:

Impurities, contaminations and dissolved substances all lower the surface of a liquid.

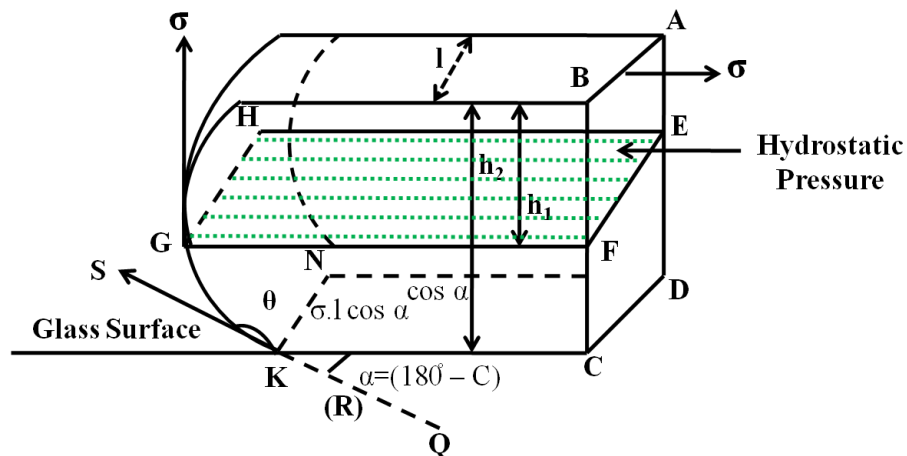
QUINCKE'S METHOD

The shape of a drop depends on the combined action of surface tension and gravity. When a large drop of mercury is placed on a clean horizontal glass plate. The drop flattens out until its top becomes perfectly horizontal as shown in figure.



Imagine that the drop is cut halves by a vertical plane ABCD. Let the drop be further cut by two vertical planes BCG and ADH at a distance l from each other and perpendicular to ABCD.

GH is the most protruding portion of the drop. Let h_1 be the height of the flat top AB above the horizontal plane EFGH and h_2 the total height BC of the drop.



The portion of the drop lying above the horizontal plane EFGH is in equilibrium under the action of the following forces:

1. Force due to surface tension acting at right angles to AB from left to right horizontally = $\sigma.l$
2. Hydrostatic thrust acting horizontally from right to left on the plane ABEF of the drop due to part of the liquid on the right. The hydrostatic pressure is zero at AB and increases to $h_1\rho g$ at EF.

$$\therefore \text{Average pressure} = (0 + h_1\rho g)/2 = \frac{1}{2} h_1\rho g$$

$$\therefore \text{Total hydrostatic thrust on the area ABEF} = \frac{1}{2} h_1\rho g \times h_1l$$

$$= \frac{1}{2} h_1^2\rho gl$$

3. The surface tension at G, which acts vertically upwards, has no component along the horizontal.

Since the drop is in equilibrium, these horizontal forces must balance.

Hence
$$\sigma.l = \frac{1}{2} h_1^2\rho gl, \text{ or } \sigma = \frac{1}{2} h_1^2\rho g$$

Determination of the angle of contact: Consider the equilibrium of the whole drop. The forces acting on the face ABCD are:

Pull due to surface tension acting horizontally from left to right and perpendicular to AB = $\sigma.l$.

Hydrostatic thrust acting horizontally from right to left on the face ABCD

$$= \frac{1}{2} h_2\rho g \times h_2l = \frac{1}{2} h_2^2\rho gl$$

The surface tension pull due to mercury on glass at K acting

tangentially to the slice in the direction $KS = \sigma.l$.

The glass plate exerts an equal and opposite reaction along KQ .

The horizontal component of this reactional force due to glass along KC , acting left to right = $\sigma.l \cos \alpha$

where, $\alpha = (180 - \theta)$

In equilibrium, $\sigma.l + \sigma.l \cos \alpha = \frac{1}{2} h_2^2 \rho g l$

or, $\sigma(1 + \cos \alpha) = \frac{1}{2} h_2^2 \rho g$

or, $\frac{1}{2} h_1^2 \rho g (1 + \cos \alpha) = \frac{1}{2} h_2^2 \rho g$

or, $(1 + \cos \alpha) = \frac{h_2^2}{h_1^2}$ or $\cos \alpha = \frac{h_2^2}{h_1^2} - 1$

$$\cos \alpha = \left(\frac{h_2^2 - h_1^2}{h_1^2} \right)$$

The value of α can be determined from this relation.

Questions

1. Illustrate the Jagar's experiments for determination of surface tension of a liquid.
2. Explain the variation of surface tension with temperature..
3. Give the theory and experimental procedure for determining the angle of contact and surface tension for mercury by Quinke's method.

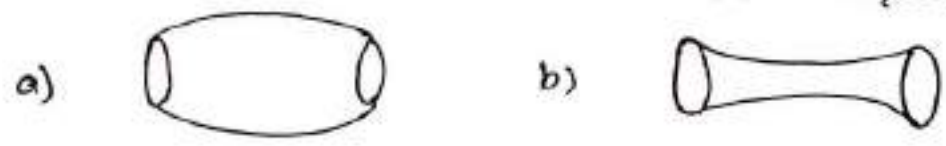
வகைநீர் பரப்பினால் உள்ள அகத்த மிகுதிப்பாடு ..

(Excess of pressure inside a curved surface)

மாய வெகைநீர் திசுத்துவத்தினால், சமநிலையியூள்ள ருபரூபில் விசைகள் செயற்படும்பாடு, உடம்பாயர்ச்சி கூறவாக திடுநீதம், திந்த விசைகளால் செய்ப்படும் வெகையின் திறியியல் கூடிக் கதானக சதியாகும். திந்த திசுத்துவத்தை அடிப்படையாக ககாண்ட, அகத்தத்திந்தும், பரப்பு அகவிசைக்கும் கைடய உள்ள ககாடர்பிணை பரப்பின் திதன்மை வகையு கீர் வடிவில் ககைக்கிடலாம்.

ருபரூபவாக எந்தவாடு வகைய்பரப்புகும் கரண்டி திதன்மை வகைக்ககாடுகள் வகையலாம். கரண்டும் குந்திந்தககாண்டு கெங்கித்தாக ருபரூபிந்தது. கவற்றில் வகையு கீர்நீகன் ருபரூபவாகவொ கிண்டி சறுமவாகவொ கிடுக்தலாம். கிந்தக் ககாடுககை திதன்மை வகைக்ககாடுகள் எளிபர். குடு சில சகைப்புகளில் கிடு திதன்மைக் ககாடுகளின் வகையு கையங்ககைம் பரப்பின் குடு பக்தித்திலும், குடு சிலவற்றில் வகையு கையங்ககன் பரப்புகளின் எளிப்க்கங்ககளிலும் சகைந்திடுக்தும், திதல் வகையான சகைய்பிணை சகைய சகைப்புகள் எளிதும் திடுண்டவது வகையிணை புறகைய சகைப்புகள் எளிதும் சகைப்பர். கெழும் திதன்மைககாடுகளின் வகையு கையங்ககைத் திதன்மைக்தாக ககாண்ட திடு சகைப்பு பரப்பிணை சகையப் பரப்பு எளிதும் புறகைய சகைப்புகள் பரப்பிணை புறகையப் பரப்பு எளிதும் சகைப்பர். கிந்த திதன்மை வகையு ககாடுகளின் வகையு கீர்நீககை பரப்பின் திதன்மை வகையு கீர்நீகன் எளிபர்.

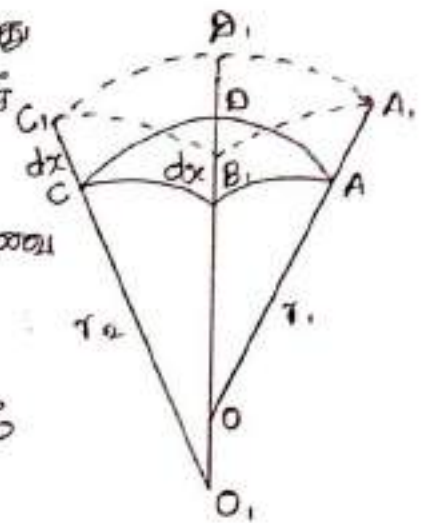
- i) சகையப் பரப்பினால் உள்ள அகத்த மிகுதிப்பாடு.
- ii) புறகையப் பரப்பினால் உள்ள அகத்த மிகுதிப்பாடு.



i) அந்நேரம் பரப்பினால் உள்ள அகல்கள் மிகுதியாகும்.

புத்தல் காலடியை ABCD என்பது திரவ அகலையப் பரப்பாகும். BC, AC என்பவை அகல்களாகும். O₁, O₂ என்பவை திரவத்தின் அகல்கள் ஆகும். CO₁, AO₂ என்பவை திரவத்தின் அகல்கள் ஆகும். அகல்கள் O₁, O₂ அகல்கள் பரப்பின் உட்பகுதியில் அமைந்திருப்பதால், கந்தப் பரப்பு அகலையப் பரப்பாகும். அகல்கள் AO = r₁, எனவும் CO₁ = r₂ எனவும் கொள்வோம்.

ABCD என்ற பரப்பின் அகல்கள் இருக்கக் கூடிய நிலையில் dx அகல்கள் உட்பகுதியில் அமைந்திருப்பதால் A₁B₁C₁D₁ என்பது புதிய பரப்பாகும். புத்தல் A₁B₁, B₁C₁ என்பவை திரவத்தின் அகல்கள் ஆகும்.



ABO, A₁B₁O₁ என்ற இக்கோணங்களில்

$$\frac{A_1B_1}{AB} = \frac{OA_1}{OA}$$

$$\therefore A_1B_1 = AB \cdot \frac{OA_1}{OA} = AB \left(\frac{r_1 + dx}{r_1} \right)$$

$$A_1B_1 = AB \left(1 + \frac{dx}{r_1} \right) \quad \dots \textcircled{1}$$

$$B_1C_1 = BC \left(1 + \frac{dx}{r_2} \right) \quad \dots \textcircled{2}$$

ABCD இன் பரப்பளவு = AB x BC

புதிய பரப்பளவு = A₁B₁ x B₁C₁

புத்தல் உற்பத்தம் அதிகரிப்பு.

$$= A_1B_1 \times B_1C_1 - AB \times BC$$

$$= \left[AB \left(1 + \frac{dx}{r_1} \right) BC \left(1 + \frac{dx}{r_2} \right) - AB \times BC \right]$$

$$= \left[AB \times BC \left(1 + \frac{dx}{r_1} \right) \left(1 + \frac{dx}{r_2} \right) - AB \times BC \right]$$

$$= AB \times BC \left[1 + \frac{dx}{r_1} + \frac{dx}{r_2} - \frac{dx^2}{r_1 r_2} - 1 \right]$$

dx - மிகக் குறைவு . எனவே $\frac{dx^2}{r_1 r_2}$ புறக்கணிக்கக்கூடு .

$$\text{பரப்பின் ஒர்ப்பளம் அதிகரிப்பு} = AB \times BC \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) dx \quad \dots (3)$$

பரப்பு இயிழ் பரப்பாதலால் , திரவப்பிழி உட்புறம் , வெளிப் புறமாக இரு பரப்புகள் ஊண்டிடுக்கும் . எனவே பரப்பின் பரப்பளவில் ஒர்ப்பளம் அதிகரிப்பு

$$= 2 AB \times BC \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) dx \quad \dots (4)$$

பரப்பு திணியை T எனின் பரப்பு திணியை எதிர்த்து எய்யப்படும் வேலை = $2T \cdot AB \times BC \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) dx \quad \dots (5)$

கூயிழிவுள் உள்ள அகத்த மிதழிப்பாடு P எனின் திரவப் பரப்பின் அகத்தம் = $P \times AB \times BC$

$AB \times BC$ எனும் பரப்பின் dx தொகையு நகர்த்துவதற்கு எய்யப்படும் வேலை = $P \times AB \times BC \times dx \quad \dots (6)$

மாய வேலைத் தத்துவப்படி , அந்த உட்புறம் எய்யப்படும் வேலையின் அளவு , அதனால் ஒர்ப்பட்ட பரப்பாற்றல் மிகுதிக்கேள் எமமாகும் .

$$P \times AB \times BC \times dx = 2T \times AB \times BC \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) dx$$

$$\text{அகத்த மிதழிப்பாடு } P = 2T \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) \quad \dots (7)$$

சமன்பாடு (7) கூப் பயன்படுத்தி அகத்த மிதழிப்பாடு கணக்கிடலாம் .

அ) கோளக் கூயிழ்

கோளக் கூயிழின் திரவம் எவ்விலத்திலும் எமமாகும் . எனவே சமன்பாடு (7)ல் $r_1 = r_2 = r$ எனக் கொள்ளலாம் . மேலும் இது திரவக் பரப்புகள் ஊண்டிடுக்கும் .

$$\text{சுருத்த மிகுதிப்பாடு} = 2T \left(\frac{1}{T} + \frac{1}{T} \right) = \frac{4T}{T} \quad \dots (8)$$

ஆ) கோளத்தூளி

கோளத் தூளிகளிலும் இது கருநீலக் சமமாகும். ஏனவே $T_1 = T_2 = T$ ஆகும். இது ஒரு ஒரு பரப்பு மட்டும் கொண்டிருக்கும்.

$$\text{சுருத்த மிகுதிப்பாடு } P = T \left(\frac{1}{T} + \frac{1}{T} \right) = \frac{2T}{T} \quad \dots (9)$$

அ) உருண்ட வடிவக் குமிழ்

உருண்ட வடிவக் குமிழில் $T_1 = T, T_2$ எதிரியாகும். அதாவது $T_2 = \infty$ ஆகும். இது கிர பரப்புகள் கொண்டிருக்கும்.

$$\text{சுருத்த மிகுதிப்பாடு } P = 2T \left(\frac{1}{T} + \frac{1}{\infty} \right) = \frac{2T}{T} \quad \dots (10)$$

ஈ) உருண்ட வடிவத் தூளி

இதில் $T_1 = T, T_2 = \infty$ கிரவத் தூளி ஒரு ஒரு பரப்பு மட்டும் கொண்டிருக்கும்.

$$\text{சுருத்த மிகுதிப்பாடு } P = T \left(\frac{1}{T} + \frac{1}{\infty} \right) = \frac{T}{T} \quad \dots (11)$$

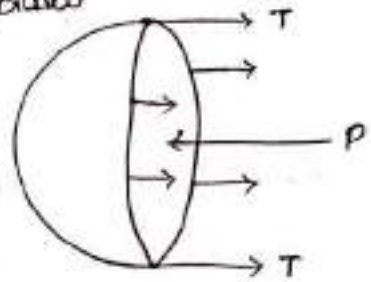
தூளி குமிழ் கூலியைப் பிசுர்தல் சுருத்த மிகுதிப்பாடு.

தூளும் எப்போதும் தன் பரப்புகளைச் சீரமைக்க விரும்புகிறது. ஆகவே தூள்த் தூளி கோளக் வடிவமாக விரும்புகிறது. பரப்பு கடுமையான தூள்த் தூளி பரப்பினை சுருத்துகிறது. ஏனவே இதன் உட்பகுதியில் உள்ள சுருத்தும் மூலப் பகுதியை விட அதிகமாகும். சுருத்த மிகுதிப்பாடு தூள்த் தூளி பரப்பு கடுமையையும், தூளியின் கருநீலத்தையும் சார்ந்தது.

i) கோளத்தூளி

கூடும் T - கொண்ட கோளத்தூளிக்கு கடுமையாக விரும்புகிறது. இதனை விட பகுதியாக வடிவு, அதில் ஒரு பகுதியைக் கடுமையாகும். இது சமஸ்தியில் இருப்பதாக காணப்படும்.

என்றனில் லசயந்படும் விசை . உட்பகுதியில் உள்ள அகத்த மிதழிப்பாட்டால் தோன்றும் விசையைச் சரிசெய்ய வேண்டும் . துளியினால் உள்ள அகத்த மிதழிப்பாடு P எனக் கொள்வோம் .



அகத்த மிதழிப்பாட்டால் தோன்றும் விசை = $P \times 2r^2$

பரப்பு திடுவிசையால் தோன்றும் விசை = $T \times 2\pi r$. கிடுகு

T என்பது திரகத்தின் பரப்பு திடுவிசை . சமநிலையில் திடு விசை மாதம் சமமாகும் .

$$P \times 2r^2 = T \times 2\pi r$$

$$\therefore \text{அகத்த மிதழிப்பாடு } P = \frac{2T}{r}$$

ii) தோளகத்

ii) தோளகத் திடுழி :

திடுழின் உட்பகுதியில் காற்றிடு திடுக்கிடு . திடுதல திடுழி திடு பரப்புக்கள் கொண்டிடுக்கிடு . துளவே பரப்பு திடுவிசை திடு பரப்புகளிலும் லசயந்படும் .

$$\text{அகத்த மிதழிப்பாடு } P = 2 \times \frac{2T}{r} = \frac{4T}{r}$$

iii) உடுதாத்த துளி

கூடம் r - ம் நீளம் l - ம் கொண்ட குடு உடுதா துளிமணை திடுகு தவாம் . திடுதா நீளவாக்கில் திடு பாதுயாத தவட்டி சமநிலையில் உள்ள பகுதியைத் திடுகுதவாம் . துளியின் உட்பகுதிள்ள அகத்த மிதழிப்பாட்டால் தோன்றும் விசையை பரப்பு திடு விசையால் தோன்றும் விசை சரிசெய்ய வேண்டும் . துளியின் உட்பகுதிள்ள அகத்த மிதழிப்பாட்டிடுதா P எனக் கொள்வோம் .

சுருத்த - மிகுதிப்பாட்டால் உண்டான விசை = $P \times l \times \Delta T$

பரப்பு திசுவிசையால் ஏதானாலும் விசை = $T \times \Delta l$.

கிடைசு T ஒன்பது திரவத்தின் பரப்பு திசுவிசை. சமநிலையில் இரு விசைகளும் சமனாகும்.

$$P \times l \times \Delta T = T \times \Delta l$$

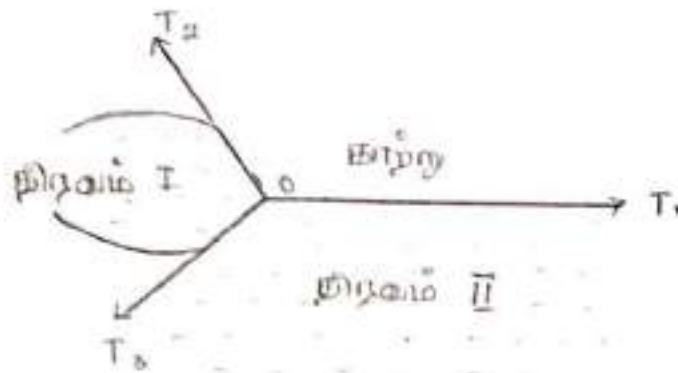
$$\therefore \text{சுருத்த மிகுதிப்பாடு } P = \frac{T}{l}$$

iv) உருளைக் கிழிப்பு :

கிழிப்பு ஒரு பரப்புள்ள கருண்டும். ஒரு பரப்புகளிலும் பரப்பு திசுவிசை செயற்படுகிறது.

$$\text{சுருத்த மிகுதிப்பாடு } P = \Delta \times \frac{T}{l} = \frac{\Delta T}{l}$$

1. நியூமன் இன்சொலம் .



ஒன்றொடொன்று கலவாத இரண்டு நிரவங்கள் காற்றால் சேர்ந்திருக்கும் பொது, சிவற்றிற்றிடையே ழூன்று பரப்பு திடுகிசை செயற்படுகிறது. திவை ழூன்றும் 0 புள்ளியில் சந்திக்கிறது. இரண்டு நிரவமும் 0 என்ற புள்ளியில் காற்றாடன் சந்திப்பதால், ழூன்று திடுகிசையும் திந்த புள்ளியில் தான் செயற்படுகிறது.

* காற்றிற்றிடும், நிரவம் I க்கும் திடையே உள்ள பரப்பிற்றிடும் திடையே செயற்படும் பரப்பு திடுகிசை T_1 .

* காற்றிற்றிடும், நிரவம் II க்கும் திடையே உள்ள பரப்பிற்றிடும் திடையே செயற்படும் பரப்பு திடுகிசை T_2 .

* நிரவம் I நிரவம் II சகியவற்றிற்றிடு திடையே செயற்படும் பரப்பு திடுகிசை.

0 லில் செயற்படும் திந்த ழூன்று திடுகிசைகளும் சமநிலையில் சமைய வெண்டிமாணம், திந்த திடுகிசைகளை இன்சொலங்கள் பத்தங்களில் வரிசையாக

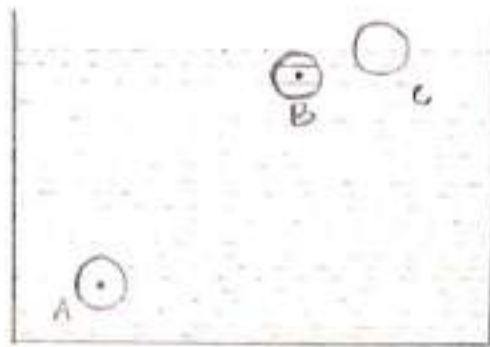
நாட்டின் வளம் . தம்முடைய விவசாய அமைப்பும்
இந்தோணம் நியூமன் இங்கோணம் ஏற்படும் .

இந்த இங்கோணத்தை வகைய தேவையான இந்
தூய திரவம் திடப்பதில்லை . ஏப்போதும் ஒரு பரப்பு
கிடைக்காத மற்ற வகையையும் திட அழிகமாகவே
கிடைக்கிறது . எனவே சமநிலைநிலை நியந்தனை முந்தி
ஏற்படும்படி ஒரு கல்லை .

உதாரணம் :

பாதரசத்தின் நீரிணை விடலால் நீர் பாதரச
பரப்பு கிடைக்கும் பரவிவிடும் . ஒண்ணில் பாதரசத்தில்
பரப்பு கிடைக்காத 0.550 கி.மீ⁻¹ நீரில் பரப்பு கிடைக்காத
0.07 கி.மீ⁻¹ கிடைக்காத பாதரசத்தோடு சிறிது ஒண்ணை
சேர்க்கும்படி , அதோடு நீர்த்துளி சேர்மாயின் , நீர்
துளியானது பாதரச பரப்பில் பரவாது தனித்து நிழலும் .
பாதரசத்தில் ஒண்ணை சேர்க்கும்படி பொது பாதரசத்தின்
கிடைக்காத அழிகமாக இறைகிறது . எனவே இவ்விரு
திரவங்களும் நியூமன் இங்கோணம் உருவாகும் .

2. பரப்பு விநிதசக்சாண ஸ்க்கூறு வாய்ப்பாதி .



ஸ்க்கூறு வாய்ப்பாதி அடிப்படையில் பரப்பு

விநிதசக்சாண விநிதம் தரலாம் . ஆட்சிப் புலக் கொள்கீதின் மையநீநிபுள்ள ஸ்க்கூறுணிண இக்கொள்கீதின் உட்புறம் உள்ள ஶல்லா ஸ்க்கூறுகணம் தீண்ண கொக்கி எரிக்க . அதன்மீது வையநீபும் விதந விசை சிதிராகும் . இந்நீதத் தத்தவந்தை அடிப்படையாக வாய்ப்பாதி , பரப்பு விநிதசக்சாண விநிதம் தரலாம் . படத்தில் விநிதநீநிபுள்ள A ஶ்லா ஸ்க்கூறுணிணக் கிடுதுவொம் . இதன் ஆட்சிப் புலக் கொள்கீதின் திரவநீநிபுள்ளொடிய விநிதநீநிபுள்ளது . இந்நீத கொள்கீதிரிபுள்ள விநிதநீநிபுள்ள ஶல்லா ஸ்க்கூறுகணம் , ஸ்க்கூறு A - ஶ்லா ஶ்லா விசைதரலும் எம் விசையுடன் எரிப்பதால் , அதன்மீது வையநீபும் வாய்ப்பாதி விசை சிதிராகும் .

திரவப்பரப்பிற்றி விநிதக் விநிதநீநிபுள்ள B ஶ்லா ஸ்க்கூறுணிணக் கிடுதுவொம் . இதன் ஆட்சிப் புலக்கொள்கீதின் ஒரு பிடு திரவப் பரப்பிற்றி மேலே உள்ளது .

அந்த திரவ ஓல்கூறுகள் சிதையாது. சீக்கல
அதிமான் ஓல்கூறுகள் B. ஐ கீழ் கொக்கி எஃகீறது.
அவ்வொநாதுபயன் விதை நீலக் கொக்கி செயற்படும்.

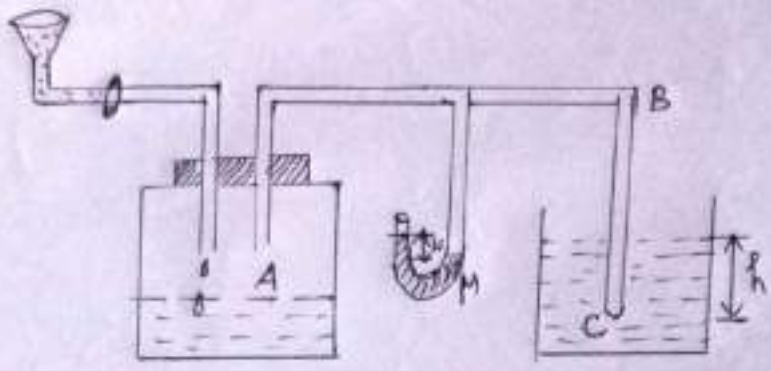
திரவம் பரப்பில் அமைந்துள்ள C. என்ற ஓல்கூறுகளைக்
கருதுவோம். இதன் அடர்ப் பாக்கொளத்தின் பாத்
திரவம் பரப்பிற்கு ஊளி ஓய அமைந்துள்ளது. பரப்பிற்கு
மேலே திர ஓல்கூறுகள் சிதையாது. சீக்கல ஓல்கூறு
C. ன் கீழ் கொக்கிய விதை மட்டுமே செயற்படுகிறது.
அந்த கீழ் கொக்கிய விதையால் திரவ பரப்பிலுள்ள
ஓல்கூறுகளின் நிலையாற்றல் கீழ் புகுதியிலுள்ள
ஓல்கூறுகளின் நிலையாற்றலாகிட அதிமாமும். ஒது
திரவம் பரப்பின் நிலையாற்றல் அதிதிரவத்தின் பரப்பைப்
பாறுத்தது. மேலும் அந்தவாறு பாறுதும் தன்னைபய
நிலையாற்றலை ஏறுமமாகக் ஓயலுகிறது. நிலையாற்றல் ஏறு
அளகிற்கு கருங்க ஓயலுவதும், திரவம் பரப்பு திருத்தும்
கட்டப்பட சவ்வு பொன்று அமைகிறது. சீக்கல திரவம் தன்
பரப்பை ஏறுமமாகக் ஓயலுகிறது. அந்தப் பண்டி பரப்பு
கருவிதை செயற்படும்.

ജോർജ്ജ് ടാഗോർ യുദ്ധ ക്രമീകരണ രീതി

(Tagor's method of determining surface tension)

ജോർജ്ജ് ടാഗോർ അന്വേഷണ രീതി ക്രമീകരണ രീതി
 - മർദ്ദമീമാണി അളക്കുന്ന P കമ്പോൾ അന്വേഷണ രീതി.
 P കമ്പോൾ γ മർദ്ദമീമാണി, മർദ്ദമീമാണി യുദ്ധ ക്രമീകരണ T
 അന്വേഷണ രീതി.

A അന്വേഷണ രീതി ക്രമീകരണ രീതി
 മർദ്ദമീമാണി, മർദ്ദമീമാണി അന്വേഷണ രീതി
 അന്വേഷണ രീതി.



ഈ രീതിയിൽ മർദ്ദമീമാണി ക്രമീകരണ രീതി
 മർദ്ദമീമാണി ക്രമീകരണ രീതി. മർദ്ദമീമാണി ക്രമീകരണ രീതി
 മർദ്ദമീമാണി ക്രമീകരണ രീതി. മർദ്ദമീമാണി ക്രമീകരണ രീതി
 M -ൽ, BC അന്വേഷണ രീതി ക്രമീകരണ രീതി
 ക്രമീകരണ രീതി. BC അന്വേഷണ രീതി ക്രമീകരണ രീതി
 ക്രമീകരണ രീതി ക്രമീകരണ രീതി ക്രമീകരണ രീതി h
 ക്രമീകരണ രീതി ക്രമീകരണ രീതി.

മർദ്ദമീമാണി ക്രമീകരണ രീതി ക്രമീകരണ രീതി
 മർദ്ദമീമാണി ക്രമീകരണ രീതി. മർദ്ദമീമാണി ക്രമീകരണ രീതി
 ക്രമീകരണ രീതി, BC ക്രമീകരണ രീതി ക്രമീകരണ രീതി
 ക്രമീകരണ രീതി ക്രമീകരണ രീതി ക്രമീകരണ രീതി
 ക്രമീകരണ രീതി ക്രമീകരണ രീതി, ക്രമീകരണ രീതി ക്രമീകരണ രീതി
 ക്രമീകരണ രീതി ക്രമീകരണ രീതി, ക്രമീകരണ രീതി ക്രമീകരണ രീതി
 ക്രമീകരണ രീതി ക്രമീകരണ രീതി ക്രമീകരണ രീതി ക്രമീകരണ രീതി
 ക്രമീകരണ രീതി ക്രമീകരണ രീതി ക്രമീകരണ രീതി ക്രമീകരണ രീതി
 ക്രമീകരണ രീതി ക്രമീകരണ രീതി ക്രമീകരണ രീതി ക്രമീകരണ രീതി

കൂടെ, വായ്പ അനുബന്ധ ലാഭ ഭരണപരിഷ്കരണത്തെ തിരിച്ചറിയാൻ
 നടന്നിരിക്കുന്നു. കൂടെ അനുബന്ധ ലാഭ H അനുബന്ധ
 വായ്പകളുടെ P-അനുബന്ധ വായ്പകൾ, കൂടെ ഭരണപരിഷ്കരണ
 മൂലം കൂടെ അനുബന്ധ വായ്പകളുടെ P+hpg
 അനുബന്ധ. കൂടെ P അനുബന്ധ തിരുത്തലിൽ അനുബന്ധ. കൂടെ
 കൂടെ H അനുബന്ധ വായ്പകളുടെ P+Hpg അനുബന്ധ.
 കൂടെ T അനുബന്ധ വായ്പകളുടെ H അനുബന്ധ തിരുത്തലിൽ
 അനുബന്ധ.

കൂടെ അനുബന്ധ വായ്പകൾ P

$$P = (P + Hpg) - (P + hpg) = (H - h)g \quad \text{--- (1)}$$

തിരുത്തലിൽ ഗുണക കൂടെ T അനുബന്ധ, കൂടെ കൂടെ
 അനുബന്ധ H അനുബന്ധ വായ്പകൾ കൂടെ കൂടെ
 വായ്പകൾ

$$P = T/H \quad \text{--- (2)}$$

$$T/H = (H - h)g$$

$$T = \frac{(H - h)g \cdot H}{2} \quad \text{--- (3)}$$

കൂടെ വായ്പകളുടെ തിരുത്തലിൽ ഗുണക കൂടെ
 കൂടെ. കൂടെ കൂടെ കൂടെ കൂടെ കൂടെ
 കൂടെ കൂടെ കൂടെ കൂടെ കൂടെ. കൂടെ
 കൂടെ കൂടെ കൂടെ കൂടെ കൂടെ കൂടെ കൂടെ.
 കൂടെ കൂടെ കൂടെ കൂടെ കൂടെ കൂടെ കൂടെ

- (i) H അനുബന്ധ വായ്പകളുടെ ഗുണക കൂടെ
- (ii) H അനുബന്ധ വായ്പകളുടെ ഗുണക കൂടെ
- (iii) H അനുബന്ധ വായ്പകളുടെ ഗുണക കൂടെ
- (iv) H അനുബന്ധ വായ്പകളുടെ ഗുണക കൂടെ

Unit V Sound

Laws of transverse vibrations in strings – Experimental verification of laws of transverse vibration by sonometer – Melde’s experiment to find the frequency – Music and noise – Intensity of sound – Decibel – Phon – Bel – Production of Ultrasonic waves – Magnetostriction and piezo electric method – Detection of Ultrasonic waves – Application of ultrasonic waves. Acoustics of Building – Reverberation – Reverberation time – Absorption Coefficient (no derivation – Basic ideas only) – Factors affecting Acoustics of Buildings.

LAWS OF TRANSVERSE VIBRATIONS IN STRINGS

There are three laws of transverse vibrations in strings:

Law 1: The fundamental frequency is inversely proportional to the length of the string.

$$n \propto \frac{1}{l}$$

Law 2: The fundamental frequency is directly proportional to the square root of the stretching force or tension.

$$n \propto \sqrt{T}$$

Law 3: The fundamental frequency is inversely proportional to the square root of the mass per unit length.

$$n \propto \frac{1}{\sqrt{m}}$$

Combining the above three laws,

$$n \propto \frac{1}{l} \sqrt{\frac{T}{m}}$$

Or

$$n = \frac{k}{l} \sqrt{\frac{T}{m}}$$

The value of the constant $k = \frac{1}{2}$

Therefore,

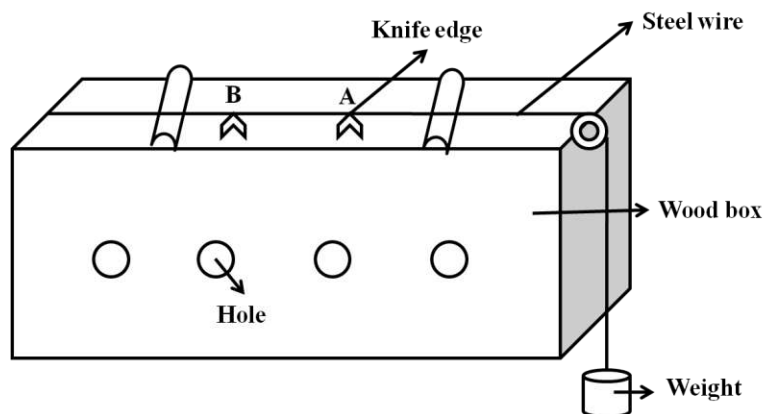
$$n = \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{T}{m}}$$

Sonometer

The frequency of the alternating current mains in the laboratory can be determined using a sonometer.

Description:

A sonometer consists of a thin uniform wire stretched over two bridges on a wooden box. One end of the wire is fixed to a peg. The other end of the wire passes over a pulley and carries a weight hanger. The length of the vibrating segment of the wire can be altered with the help of the movable bridges. The length of the vibrating segment can be measured by a scale fixed below the wire.



Experiment:

A steel wire is mounted on a sonometer under suitable tension. An electromagnet is excited by the low voltage alternating current whose frequency is to be determined. The electromagnet is placed just above the sonometer wire. The wire is attracted twice in each cycle.

A small paper rider is placed on the wire. The length of the wire is adjusted until the paper rider placed at the centre of the vibrating segment is thrown off. The length of the vibrating segment (l) is measured. The experiment is repeated for different tensions. The readings are tabulated as shown below:

No.	Tension (T)	Length of the vibrating segment (l)	$\frac{\sqrt{T}}{l}$

The mean value of \sqrt{T}/l is found.

The mass per unit length of the wire is determined by finding the mass of a given length of the wire.

Calculation :

The frequency of sonometer wire is

$$n = \frac{1}{2l} \frac{\sqrt{T}}{\sqrt{m}}$$

During both the positive peak and the negative peak of the A.C. , the wire is pulled by the electromagnet. So the wire vibrates twice, for each cycle of the A.C.

The frequency of the A.C. supply is given by

$$f = \frac{n}{2}.$$

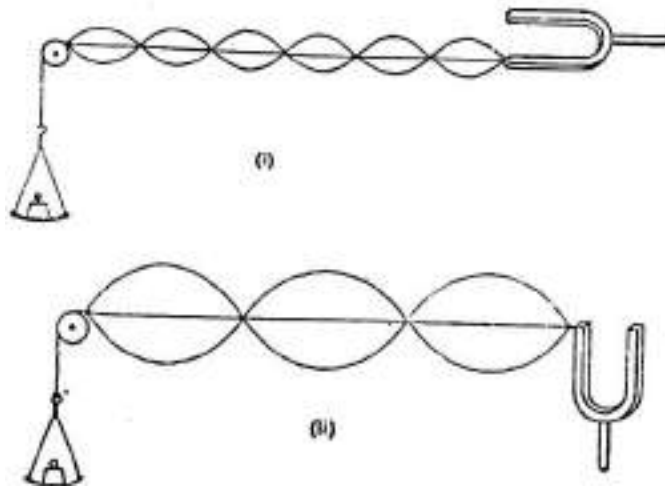
Hence, the frequency of A.C. mains is calculated.

MELDE'S STRING

In this experiment, one end of the string is connected to the prong of an electrically maintained tuning fork. The other end is connected to the scale pan. The string passes over a smooth friction-less pulley. The distance between the tuning fork and the pulley can be adjusted.

There are two modes of vibrations

- (i) transverse mode and (ii) longitudinal mode



Transverse mode of vibration

The tuning fork vibrates at right angles to the length of the string. In this case, the frequency of vibration of the string is equal to the frequency of the tuning fork.

Suppose N is the frequency of the tuning fork and the string of length l vibrates in p_1 segments. Therefore

$$N = \frac{p_1}{2.l} \sqrt{\frac{T}{m}} \quad (1)$$

Longitudinal mode of vibration

The tuning fork vibrates along the direction of the length of the string. In this case, for one complete vibration of the tuning fork, the string completes half vibration.

Suppose the frequency of the tuning fork is N . Therefore, the frequency of vibration of the string is $N/2$.

If the string of length l vibrates in p_2 segments, the frequency of vibration of the string,

$$\frac{N}{2} = \frac{p_2}{2.l} \sqrt{\frac{T}{m}} \quad (2)$$

Special case:

- (i) Suppose the string vibrates in p_1 segments in the transverse mode, then for the same tuning fork and the same tension, the string will vibrate in half the number of segments in longitudinal mode of vibration.

From equations (1) and (2),

$$p_2 = \frac{p_1}{2}$$

- (ii) From equation (1), for the transverse mode of vibration

$$N = \frac{p_1}{2.l} \sqrt{\frac{T}{m}}$$

$$N^2 = \frac{p_1^2}{4l^2} \frac{T}{m}$$

$$Tp_1^2 = 4N^2l^2m = \text{constant}$$

Similarly from equation (2), for the longitudinal mode of vibration

$$\frac{N}{2} = \frac{p_2}{2.l} \sqrt{\frac{T}{m}}$$

$$\frac{N}{4} = \frac{p_2^2}{4l^2} \frac{T}{m}$$

$$Tp_2^2 = N^2l^2m = \text{constant}$$

or in general

$$Tp^2 = \text{constant}$$

CHARACTERISTICS OF MUSICAL SOUND

There are three characteristics of musical sound.

1. Loudness (or) Intensity
2. Pitch
- and
3. Quality (or) timbre

1. Loudness (or) Intensity:

The amount of sound energy crossing per unit area around a point in one second is known as intensity of sound.

Loudness depends upon intensity and also upon the sensitiveness of the ear.

Loudness and intensity are related to each other by the relation

$$L \propto \log I$$

where, L represents the sensation of loudness and I , the intensity of sound.

Loudness (or) intensity depends upon the following factors:

- (i) Amplitude
- (ii) Surface area
- (iii) Distance between the source and the listener
- (iv) Density of the medium
- (v) Motion of air

1. Pitch:

It is a sensation that depends upon the frequency. Pitch does not depend upon loudness (or) quality.

A shrill sound is produced by a source of high frequency whereas the pitch is lower if the frequency is lower. The voice produced by ladies and children has high pitch because the frequency is high. The voice of an old man has low pitch and is hoarse because the frequency of sound is low. The frequency of the sound produced by a mosquito is of high pitch due to high frequency.

The pitch sound changes due to Doppler's principle when either the source (or) the observer (or) both are in motion.

2. Quality (or) Timbre:

It depends on the presence of overtones. The quality of sound enables us to distinguish between two sounds having the same loudness and pitch.

A sounding body produces waves of frequency $2n, 3n, 4n$ etc., where n is the fundamental frequency. Nature has provided different overtones in the voice of different persons. Due to the quality of sound, one can recognize his friend from his voice without seeing him.

INTENSITY OF SOUND

The intensity of sound is defined as the average rate of transfer of energy per unit area, the area being perpendicular to the direction of propagation of sound.

Determination of intensity of sound is important in practical acoustics.

Amount of energy transfer per unit area per second

$$I = 2\pi^2 \rho n^2 a^2 v \quad (1)$$

Velocity of sound,

$$v = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad \text{and} \quad E = -\frac{p}{dV/V}$$

dV is the change in volume, V is the original volume and p is the excess of pressure.

$$\therefore v = \sqrt{\frac{-p}{\left(\frac{dV}{V}\right)\rho}} \quad (2)$$

Taking $\frac{dV}{V} = \frac{dy}{dx}$ and simplifying

$$p = -v^2 \rho \frac{dy}{dx} \quad (3)$$

A simple harmonic wave is represented by the equation

$$y = a \sin \frac{2\pi}{\lambda} (vt - x)$$

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{2\pi a}{\lambda} \cos \frac{2\pi}{\lambda} (vt - x) \quad (4)$$

Substituting (4) in (3)

$$p = \frac{2\pi a v^2 \rho}{\lambda} \cos \frac{2\pi}{\lambda} (vt - x) \quad (5)$$

The maximum excess of pressure

$$p_{max} = \frac{2\pi a v^2 \rho}{\lambda} \quad (6)$$

and $p = p_{max} \cos \frac{2\pi}{\lambda} (vt - x)$

$$\therefore p_{max} = 2\pi a \rho v \left(\frac{v}{\lambda}\right) = 2\pi a \rho v n \quad (7)$$

Equation (1) -----> $I = 2\pi^2 \rho n^2 a^2 v$

By Multiplying and dividing by $2\rho v$ we get, $I = \frac{(2\pi \rho n a v)^2}{2\rho v}$

$$I = \frac{p_{max}^2}{2\rho v} \quad (8)$$

Equation (8) shows that the intensity of sound varies directly as the square of the excess of pressure.

DECIBEL

A unit used to measure the intensity of a sound or the power level of an electrical signal by comparing it with a given level on a logarithmic scale.

Decibel (dB), unit for expressing the ration between two physical quantities, usually amounts of acoustic or electric power, or for measuring the relative loudness of sounds. One decibel (0.1bel) equals 10 times the common logarithm of the power ratio.

PHON

Loudness unlike intensity, depends on the observer. The sensitivity of the ear and the threshold of audibility vary over wide range of frequency and intensity. Even for the same value of I/I_0 , the intensity level will be different at different frequencies. For measuring the intensity level, a different unit called the phon is used. Scientist adopted a standard source of frequency 1000 Hz, and intensity $10^{-12} \text{ w m}^{-2}$ with which the loudness is required is replaced near the standard source which is then altered until the loudness is the same as the source. Now the intensity level of the standard source is measured. If it is n decibel greater than the threshold, then the loudness of the source is n phons.

BEL

In electronics and communications, the Bel expresses the logarithmic ratio between two levels of signal power, voltage, or current. The Bel was named for Alexander Graham Bell, the inventor of the telephone. One bel is equal to 10 decibels.

ULTRASONICS

The human ear can hear the sound waves between 20 Hz to 20 KHz. This range is known as audible range.

The sound waves having frequencies above the audible range are known as ultrasonic or supersonic waves.

The sound waves whose frequency is less than audible limit are called infrasonics.

The wavelengths of ultrasonic waves are very small as compared to audible range

PROPERTIES

1. The frequency of the ultrasonic waves are greater than 20,000 Hz.
2. The speed of propagation of ultrasonic waves depends upon their frequency. The speed increases with increase in frequency.
3. They are highly energetic
4. Due to their smaller wavelengths, they undergo negligible diffraction.

5. They can be transmitted over long distance without any appreciable loss of energy.
6. Intense ultrasonic waves have a disruptive effect on liquids by causing bubbles to be formed.
7. Ultrasonic waves are also reflected, refracted and absorbed just like ordinary sound wave.

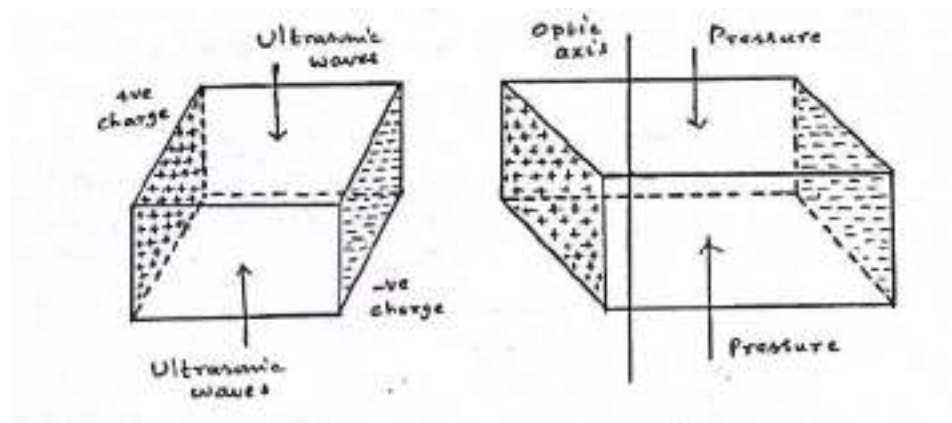
PRODUCTION METHODS

In general, ultrasonic waves are produced by the following methods

1. Piezoelectric method and
2. Magnetostriction method

PIEZO-ELECTRIC METHOD

According to piezoelectric effect, when certain crystals like Quartz, Lithium, Niobate, Barium Titanate, Rochelle Salt, Tourmaline etc., are stretched or compressed along a perpendicular axis, the other pair of opposite faces develop electric charges. The sign of the charges changes, when the faces are subjected to tension. This effect is called Piezoelectric effect.



The converse of this effect is also true, *i.e.*, the inverse piezoelectric effect. When an alternating potential difference is applied along the electric axis, the crystal is set into elastic vibration along the corresponding mechanical axis. If the frequency of electric oscillations coincides with the natural frequency of the crystal, the vibrations will be of large amplitude. This phenomenon is used for the production of ultrasonic waves.

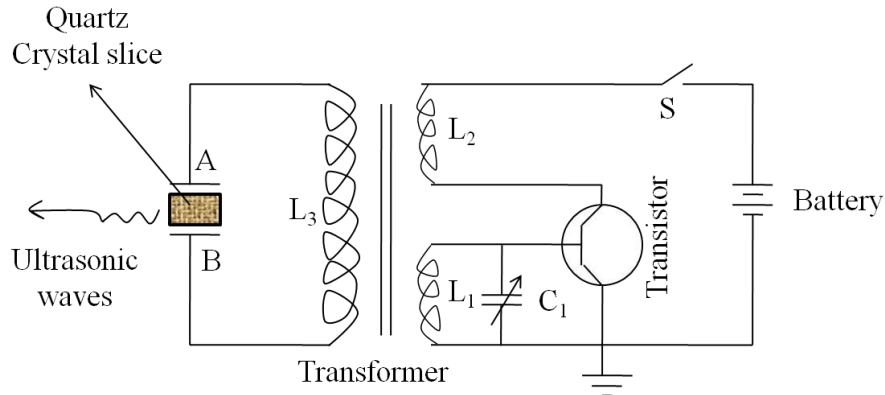
PRODUCTION OF ULTRASONIC WAVES – PIEZOELECTRIC CRYSTAL METHOD

Principle

This is based on the inverse piezoelectric effect. When a quartz crystal is subjected to an alternating potential difference along the electric axis, the crystal is set into elastic vibrations along its mechanical axis. If the frequency of the electric oscillations coincides with the natural

frequency of the crystal, the vibrations will be of large amplitude. If the frequency of the electric field is in the ultrasonic frequency range, the crystal produces ultrasonic waves.

Construction:



It is a base tuned oscillator circuit. A slice of quartz crystal is placed between the metal plates A and B so as to form a parallel plate capacitor with the crystal as the dielectric. This is coupled to the electronic oscillator through primary coil L_3 of the transformer.

Coils L_2 and L_1 of oscillator circuit are taken from the secondary of the transformer. The collector coil L_2 is inductively coupled to base coil L_1 . The coil L_1 and variable capacitor C_1 form the tank circuit of the oscillator.

Working

When the battery is switched on, the oscillator produces high frequency oscillations. An oscillatory e.m.f. is induced in the coil L_3 due to transformer action. So the crystal is now under high frequency alternating voltage.

The capacitance of C_1 is varied so that the frequency of oscillations produced is in resonance with the natural frequency of the crystal. Now the crystal vibrates with large amplitude due to resonance. Thus high power ultrasonic waves are produced.

Advantages

1. Ultrasonic waves of very high frequencies as high 500 MHz can be obtained using this method.
2. It is more efficient than magnetostriction method.
3. It is not affected by temperature and humidity.
4. Using materials like Lithium Niobate (LiNbO_3) and Barium Titanate (BaTiO_3) a wide range of ultrasonic waves can be produced at a lower cost.

Disadvantages

1. The cost of the piezoelectric quartz plate is very high.
2. The cutting, grinding and polishing of piezoelectric crystals are very difficult.

MAGNETIOSTRICTION METHOD

The change in the dimensions of ferromagnetic material by the application of a magnetic field is known as magnetostriction effect.

A nickel rod placed in a rapidly varying magnetic field alternately expands and contracts with twice the frequency of the applied magnetic field. By adjusting the frequency of the alternating magnetic field to be equal to the natural frequency of longitudinal vibration of the rod, resonance is produced. Due to resonance, vibrations of large amplitude are produced in the rod. Ultrasonic waves are emitted from the ends of the rod if the frequency of the alternating magnetic field is more than 20 kHz.

The frequency of vibrations of the rod is

$$f = \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

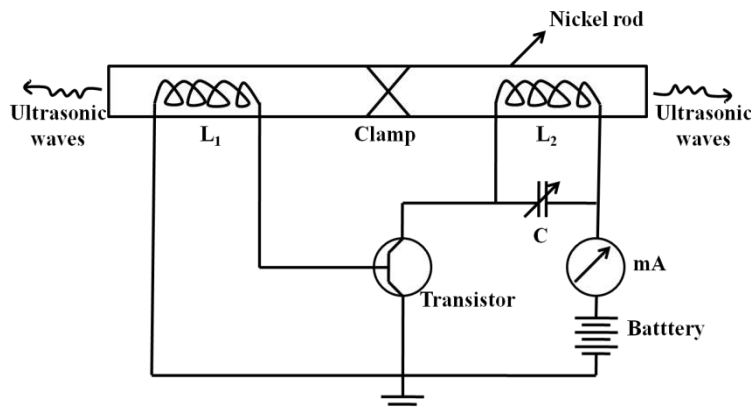
Here,

l = length of the rod

E = Young's modulus of the material of the rod.

ρ = density of the material of the rod.

Construction



A short permanently magnetised nickel rod is clamped in the middle between two knife edges. A coil L_2 is wound on the right hand portion of the rod. C is a variable capacitor. L_2 and C form the resonant circuit of the collector turned oscillator. Coil L_1 wound on the left hand portion of the rod is connected in the base circuit. The coil L_1 is used as a feedback loop.

Working:

When the battery is switched on, the resonant circuit L_2C sets up an alternating current of frequency

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_2C}}$$

This current flowing round the coil L_2 produces an alternating magnetic field of frequency f along the length of the nickel rod. The rod starts vibrating due to magnetostriction effect. The vibrations of the rod create ultrasonic waves.

The longitudinal expansion and contraction of the rod produces an e.m.f. in the coil L_1 . This e.m.f. is applied to the base of the transistor. Hence the amplitude of high frequency oscillations in coil L_2 is increased due to positive feedback.

Mrs. D. S. Vasanthi, Dept. of Physics

The developed alternating current frequency can be tuned with the natural frequency of the rod by adjusting the capacitor. The resonance condition is indicated by the rise in the collector current shown in the milliammeter.

Advantages

1. Frequencies ranging from a few hundred Hz to about 3000 KHz can be produced with this arrangement.
2. The production cost is low.
3. The design of the oscillator is simple

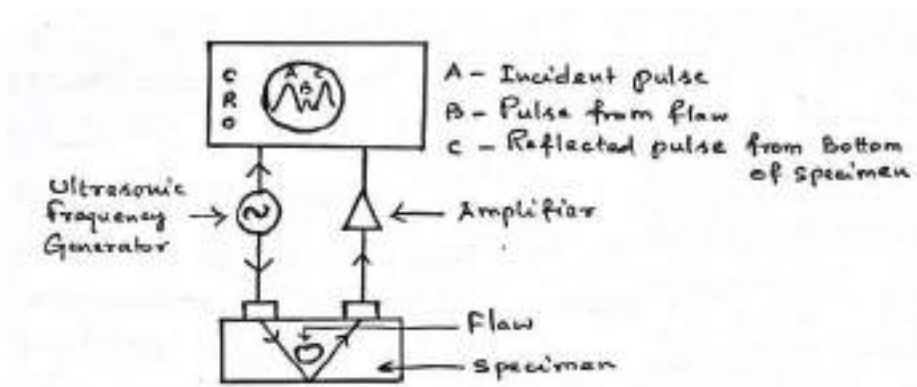
Disadvantages

1. Due to the presence of magnetic field, there will be loss of energy because of hysteresis and eddy current
2. Temperature also affects the frequency of oscillations
3. It cannot generate ultrasonic frequency of above 3000 KHz

ULTRASONICS – APPLICATIONS

(i) Detection of flaws in metals

Ultrasonic waves can be used to detect flaws in metals. We know that flaw in a metal produces a change in the medium due to which reflection of ultrasonic waves takes place. Hence, when ultrasonic waves pass through a metal having some hole or crack inside it, an appreciate reflection occurs. The reflection also takes place at the back surface of the metal. The reflected pulses are picked up a receiver and are suitably amplified. These pulses are now applied to one set of plates of cathode ray oscilloscope (CRO). The transmitted and the reflected signal from the flaw and back surface of the metal produce a peak each. The position of the second peak on the time base of oscillograph will give distance of flaw.



SONAR – SOUND NAVIGATION AND RANGING

It is possible to determine the presence of submerged submarines or an enemy aircraft by a system known as SONAR. In this system, a sharp ultrasonic beam is directed in various directions into the sea. These are picked up on their return after reflection. The reflection of waves from any directions shows the presence of some reflecting body in the sea. The time interval between the generation of ultrasonic waves and their return after reflection gives the idea of the distance of the body. The change in frequency of the echo signal due to Doppler effect helps to determine the velocity of the moving body and its direction.

DETERMINATION OF DEPTH OF SEA

We know that ultrasonic waves are highly energetic and show a little diffraction effect. Thus they can be used for finding the depth of the sea. The time interval between the transmitted and reflected wave from the sea is recorded by receiving transducer. As the velocity of the wave is known, the depth of the sea can be estimated.

$$\text{Depth of the sea} = \frac{vt}{2}$$

Applications of ultrasonics in medicine

- Destruction of lower life: Animals like rats, frogs, fishes, etc., can be killed or injured by high intensity ultrasonic waves.
- Treatment of neuralgic: The body parts affected due to neuralgic or rheumatic pains on being exposed to ultrasonic gel get relief from pain.
- Detection of abnormal growth: Abnormal growth in the brain, certain tumours which cannot be detected by X-ray can be detected by ultrasonic waves.

INDUSTRIAL APPLICATIONS

Ultrasonic soldering

Ultrasonic solders are used for soldering aluminium coil capacitors, aluminium wires and plates without using any fluxes.

An ultrasonic soldering device consists of an ultrasonic generator having a tip fixed at its end. The tip is heated by an electrical heating element. The tip of the device melts solder on the aluminium. The ultrasonic vibrator removes the aluminium oxide layer. The solder thus gets fastened to the clear metal without any difficulty.

Ultrasonic welding

The properties of some metals change on heating. Therefore, they cannot be welded by electric or gas welding. In such cases, the metal sheets are welded together at room temperature using ultrasonic waves.

Ultrasonic drilling and cutting

Ultrasonics are used for making holes in very hard materials such as glass, diamond, gems and ceramics.

Chemical applications

These are used to form stable emulsions of even immiscible liquids like water and oil or water and mercury.

They are used to liquefy gels like aluminium hydroxide in the same way as they are liquefied by shaking.

They are used to coagulate fine solid or liquid particles in a gas.

Ultrasonics act like catalytic agent and accelerate chemical reactions. They are also accelerate crystallization.

ACOUSTICS OF BUILDINGS

The branch of physics which deals with the design and construction of buildings with good acoustics is known as Acoustics of buildings.

The following are the essential features about the good acoustic.

1. Each syllable of speech or song should be heard sufficiently loudly in every part of the hall.
2. The quality of sound must remain unaltered.
3. The successive sounds of speech must remain distinct and must be free from one another and from extraneous noise.
4. Echoes, except those required to maintain the necessary continuity, must be eliminated.
5. Undesirable concentration of sound at one place and regions of poor audibility must be avoided.
6. All the extraneous noises must be shut out as far as possible.
7. The reverberation should be quite proper *i.e.* neither too large nor too small.

REVERBERATION

When a sound is produced in a building it lasts too long after its production.

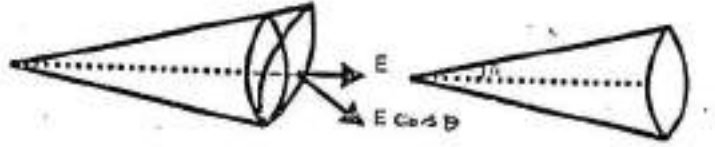
It reaches the listener a number of times. The listener received the direct sound from the source and also the reflected sound. Hence the intensity of sound decreases continuously. After sometime, the intensity of sound decreases below the audible limit and then the sound disappears. This is called **reverberation**.

The reverberation time is defined as the time taken for the sound to fall below the minimum audibility measured from the instant when the source stopped sounding.

SABINE'S FORMULA

The derivation of Sabine's formula is based on the following assumptions:

1. There is a uniform distribution of sound energy inside the room. Let σ be the average energy per unit volume.



2. There is no loss of energy in the auditorium. There is loss of energy only due to absorption of the material of the walls and ceilings and also due to escape through the windows. These two are included in absorption of energy.

Let the source produce sound continuously and it is propagated in all directions. Let σ be the energy in unit volume.

The energy contained in a solid angle $d\phi$ is $= \sigma \frac{d\phi}{4\pi}$

This energy incident at the angle θ on a unit surface area. Let v be the velocity of sound. Therefore, the total energy incident on a unit surface area of the wall

$$= \frac{\sigma d\phi}{4\pi} (\cos\theta). v$$

The total energy falling per second within a hemisphere

$$= \frac{\sigma v}{4\pi} \int \cos\theta. d\phi$$

But $\phi = 2\pi(1 - \cos\theta)$

$$\therefore d\phi = 2\pi \sin\theta d\theta$$

$$\text{Total energy} = \frac{\sigma v}{4\pi} \int_0^{\pi/2} 2\pi \sin\theta \cos\theta d\theta$$

$$= \frac{\sigma v}{4} \int_0^{\pi/2} 2 \sin\theta \cos\theta d\theta$$

$$= \frac{\sigma v}{4} \int_0^{\pi/2} \sin 2\theta d\theta$$

$$= \frac{\sigma v}{4} \quad (\text{since } \int_0^{\pi/2} \sin 2\theta d\theta = 1)$$

If α is the absorption coefficient, then the amount of energy absorbed per second per unit area = $\alpha \cdot \frac{\sigma v}{4}$

If A is the area of the walls and other absorbing materials, then the energy absorbed per second = $A \cdot \alpha \cdot \frac{\sigma v}{4}$

If V is the volume of the auditorium, the total energy = $V \cdot \sigma$

The rate of increase of energy

$$= \frac{d}{dt} (V \cdot \sigma) = V \cdot \frac{d\sigma}{dt} \quad (1)$$

If Q is the energy supplied by the source per second, then the rate of increase of energy, $Q - A \alpha \cdot \frac{\sigma v}{4}$ (2)

Equating eqn. (1) and (2)

$$V \cdot \frac{d\sigma}{dt} = Q - A \alpha \cdot \frac{\sigma v}{4} \quad (3)$$

Let $A \alpha \cdot \frac{v}{4} = k$

From eqn. (3)

$$V \cdot \frac{d\sigma}{dt} = Q - k \sigma$$

$$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{Q}{V} - \left(\frac{k}{V}\right) \sigma \quad (4)$$

The solution of the eqn. (4) will be

$$\sigma = \frac{4Q}{A\alpha v} \left[1 - \exp\left(-\left(\frac{A\alpha v}{4V}\right) t\right) \right] \quad (5)$$

Equation (5) gives the rise of average sound energy per second from the time the sound is produced.

Maximum value of average energy per unit volume,

$$\sigma_{max} = \frac{4Q}{A\alpha v}$$

The decay of the average energy per unit volume,

$$= \frac{4Q}{A\alpha v} \left[\exp\left(-\left(\frac{A\alpha v}{4V}\right) t\right) \right] \quad (7)$$

$$\text{(or) } \sigma = \sigma_{max} \left[\exp\left(-\left(\frac{A\alpha v}{4V}\right) t\right) \right] \quad (8)$$

The term $\frac{A\alpha v}{V}$ gives the reverberation time in the auditorium

If σ_0 is the minimum audible intensity after a time t_1 , then from equation (8),

$$\sigma_0 = \sigma_{max} \left[\exp \left(- \left(\frac{A\alpha v}{4V} \right) t_1 \right) \right] \quad (9)$$

From equation (9), $\sigma_{max} = \sigma_0 / \left[\exp \left(- \left(\frac{A\alpha v}{4V} \right) t_1 \right) \right]$

(or)
$$\frac{\sigma_{max}}{\sigma_0} = \exp \left[\left(\frac{A\alpha v}{4V} \right) t_1 \right]$$

Taking logarithms

$$\log_e \left(\frac{\sigma_{max}}{\sigma_0} \right) = \left(\frac{A\alpha v}{4V} \right) \cdot t_1 \quad (10)$$

Here the values of α and σ_0 varies with the frequency of sound.

To calculate reverberation time, a standard steady intensity is required.

Sabine took the value of $\frac{\sigma_{max}}{\sigma_0}$ as 10^6 .

From equation (10)
$$\log_e(10^6) = \left(\frac{A\alpha v}{4V} \right) \cdot t_1$$

$$2.303 \times 6 = \left(\frac{A\alpha v}{4V} \right) \cdot t_1$$

The velocity of sound = 350 m/s

$$2.303 \times 6 = \left(\frac{A\alpha \times 350}{4V} \right) \cdot t_1$$

$$t_1 = \frac{2.303 \times 24V}{350 \times A\alpha}$$

$$t_1 = \frac{0.158V}{A\alpha}$$

In general
$$t_1 = \frac{0.158V}{\Sigma A\alpha} \quad (11)$$

Equation (11) gives the Sabine's reverberation formula.

The reverberation time is

- Directly proportional to the volume of the auditorium
- Inversely proportional to the area of the walls etc.,
- Inversely proportional to the total absorption.

DETERMINATION OF ABSORPTION COEFFICIENT

A source of frequency 512 Hz is taken.

The time of reverberation in a hall is determined using a chronograph,

- (i) Without the absorbing materials in the hall and
- (ii) With the absorbing materials in the hall.

Let these two times be t_1 and t_2 respectively.

According to Sabine's formula,

$$t_1 = \frac{0.158 V}{\Sigma \alpha_1 A_1}$$

and

$$t_2 = \frac{0.158 V}{\Sigma \alpha_1 A_1 + \alpha_2 A_2}$$

Here α_2 is the absorption coefficient of the material of area A_2 .

$$\therefore \frac{1}{t_1} = \frac{\Sigma \alpha_1 A_1}{0.158 V}$$

$$\frac{1}{t_2} = \frac{(\Sigma \alpha_1 A_1) + \alpha_2 A_2}{0.158 V}$$

$$\frac{1}{t_2} - \frac{1}{t_1} = \frac{\alpha_2 A_2}{0.158 V}$$

$$\alpha_2 = \frac{0.158 V}{A_2} \left[\frac{t_1 - t_2}{t_1 t_2} \right]$$

From this equation, knowing the values of t_1, t_2, A_2 and V the value of α_2 can be calculated.

ECHOES AND ECHO EFFECT

Echoes result from sound getting reflected at walls. Echoes are particularly trouble some in large halls. They can be removed almost entirely by making the surface of the walls rough and by inclining the walls outward. The stair cases are covered with carpets to avoid reflection of sound. However, a faint echoes are necessary for the enhancement of musical effects.

FACTORS AFFECTING ACOUSTICS OF BUILDINGS

The most important factor that affects the acoustics of building is the reverberation time. Moreover the other factors that affects are loudness, focusing, extraneous noise, resonance etc.,

In an auditorium, electrically amplified loud speakers are used. Due to this, the intensity of sound is focused at a particular direction. Hence there will be no uniform distribution of

intensity of sound throughout the auditorium. Moreover the cylindrical or spherical surfaces on the wall give rise to undesirable focusing.

The sound waves are reflected in the steps of the stair. Each step reflect the sound wave in different time. Due to this undesired echoes are produced.

The extraneous noises like the sound received from outside the room and the sound produced by fans etc., are unnecessary noises. The acoustics of building are also affected by resonance.

An auditorium is said to be good acoustics if the above unnecessary factors are reduced.

Question Bank

2 marks

1. State three laws of transverse vibrations.
2. Distinguish between music and noise.
3. What is mean by intensity of sound?
4. Define decibel.
5. What is phon?
6. What is bel?
7. What are ultrasonic waves?
8. What are infrasonic waves?
9. Name any two methods to produce ultrasonic waves.
10. What is magnetostriction effect?
11. List the advantages of magnetostriction method of ultrasonic production.
12. Define piezoelectric effect.
13. Write the advantages of piezo electric method of ultrasonic production.
14. List the properties of ultrasonics waves.
15. What is acoustics of buildings?
16. What is meant by reverberation?
17. Define Reverberation time.
18. Define absorption coefficient.

5 and 10 marks

1. How do you verify the laws of transverse vibrations by sonometer? Explain.
2. Describe Melde's experiment for transverse and longitudinal vibrations.
3. How will you detect flow in metals using ultrasonics? Explain it.
4. Explain Sound Navigation and Ranging.
5. Write a note on the following related to ultrasonic (i) Depth of sea (ii) Medical application.
6. Give the properties and application of ultrasonics.
7. What are the requisites for good a acoustics.
8. Explain the factors affecting the acoustics of buildings.
9. With a neat diagram, explain magnetostriction method of producing ultrasonics.
10. What is piezoelectric effect? Describe piezoelectric method of production of ultrasonics.
11. What are ultrasonic waves? How are they detected? Give some of their applications.

①

பொருட்பண்புவியன் ஸ்தலம் பூரி.

அங்க - 5 (பூரி)

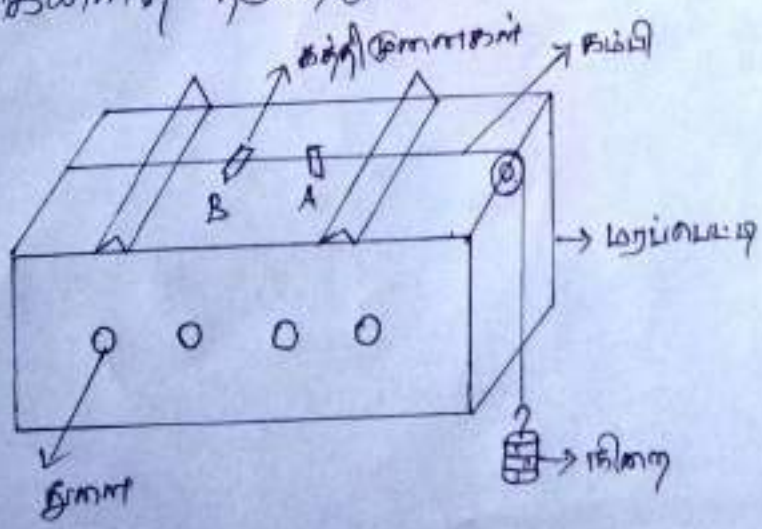
கிர்ச்சை அகிர்வுகள். (Vibration)

ஒரு அமைப்பும் அமைப்பானது எவ்வகை வெளி விசைக்கும் உட்படவிற்கை அளிப்பி, அது அதிலிருந்து அமைப்புகளை உண்டாக்கும். அங்கு ஒரு புறவிசை உதவியின் காரணம் அகிர்வுகளும் அகிர்வுகள் கிர்ச்சை அகிர்வுகள் அளப்படும்.

அமைப்பும் பொருளின் அகிர்வுகள் கிர்ச்சை அகிர்வுகள் அளப்பதும்.

சோனாமீட்டர் (அ) சிரமணி (sonometer)

சிரமணி கருவியானது ஸ்தலத்தின் எசியப்படி ஒரு பூரிப்பெட்டியைக் கொண்டது. அதில் ஸ்தலத்தின் சிறு தூண்கள் இருக்கும். பூரிப்பெட்டியின் மேல் பகுதி -யாக கிரந்த உட்கொண்ட கம்பிகள் கீட்டப்பெடுக்கும் கம்பியின் ஒரு முனையானது அளவு பூரிப்பெட்டியின் கிடுக்கு கீட்டப்படுகிறது. மறுமுனை ஒரு வழுவுப்பெட்டியானது உருமா உழியாக எசிய சேவையான அளவியானது கார்ப்கி பிடிக்கின்றது, அங்கு அளவை கம்பிக்கு கிடுவிசைகளைக் கருகிறது.



(2)

AB തരംഗ കോളി പ്രദാനകരണ ചിരവൃദ്ധി കലപിയിൽ സൂക്ഷ്മീയ നിരക്തിതരംഗ കോളിയാണ്.

ഈ കലപിയിൽ സൂക്ഷ്മ നിരക്തിയിൽ നമ്മു ന തരംഗ വേഗതയാണ്, അതു T തരംഗ കോളി കോളി ഉപയോഗത്തിൽ കോളി പ്രദാനകരണ (A,B) കലപിയിൽ തരംഗവേഗം λ ആണ്. കോളി കലപിയിൽ കോളി കലപിയിൽ അതിരവൃദ്ധി വേഗവൃദ്ധി വേഗവൃദ്ധി $\sqrt{T/m}$ കോളി കലപിയിൽ അതിരവൃദ്ധി വേഗവൃദ്ധി വേഗവൃദ്ധി. കോളി കലപിയിൽ അതിരവൃദ്ധി വേഗവൃദ്ധി വേഗവൃദ്ധി $\lambda = 2l$ $l = \lambda/2$ കോളി കലപിയിൽ അതിരവൃദ്ധി വേഗവൃദ്ധി $\sqrt{T/m} = n \times 2l$ $n = \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{T}{m}}$ Hz. $n = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{mg}{l^2 m}} = \frac{1}{2} \sqrt{\left(\frac{mg}{l^2}\right) \left(\frac{g}{m}\right)}$ Hz.

$$\lambda = 2l$$

$$l = \lambda/2$$

കോളി കലപിയിൽ അതിരവൃദ്ധി വേഗവൃദ്ധി $\sqrt{T/m} = n \times 2l$

$$\sqrt{T/m} = n \times 2l$$

$$n = \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{T}{m}} \text{ Hz.}$$

$$n = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{mg}{l^2 m}} = \frac{1}{2} \sqrt{\left(\frac{mg}{l^2}\right) \left(\frac{g}{m}\right)} \text{ Hz}$$

കോളി കലപിയിൽ അതിരവൃദ്ധി വേഗവൃദ്ധി $\sqrt{T/m}$ കോളി കലപിയിൽ അതിരവൃദ്ധി വേഗവൃദ്ധി $\lambda = 2l$ $l = \lambda/2$ കോളി കലപിയിൽ അതിരവൃദ്ധി വേഗവൃദ്ധി $\sqrt{T/m} = n \times 2l$ $n = \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{T}{m}}$ Hz. $n = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{mg}{l^2 m}} = \frac{1}{2} \sqrt{\left(\frac{mg}{l^2}\right) \left(\frac{g}{m}\right)}$ Hz.

ഉപയോഗം: (Determination of frequency Tuning fork using Melde's Apparatus).

കോളി കലപിയിൽ അതിരവൃദ്ധി വേഗവൃദ്ധി $\sqrt{T/m}$ കോളി കലപിയിൽ അതിരവൃദ്ധി വേഗവൃദ്ധി $\lambda = 2l$ $l = \lambda/2$ കോളി കലപിയിൽ അതിരവൃദ്ധി വേഗവൃദ്ധി $\sqrt{T/m} = n \times 2l$ $n = \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{T}{m}}$ Hz. $n = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{mg}{l^2 m}} = \frac{1}{2} \sqrt{\left(\frac{mg}{l^2}\right) \left(\frac{g}{m}\right)}$ Hz.

4

P. உயியாக ரிசுந்து சூரவயாஸ்த ஸாலகஸாத அகலுலுலு
கூஸாஃகஸாஃ. கூஸஃகஸாவ அகிர்வயுலு ஸூஸிர் அயியாக
அஸாயகஸ் ரிஸ்கிலிர் ஸூஸாஸகஸ் அஸ அகிர்வாஸிஃஃ
-லுலு. ஸூஸவ ஸிஸாயாஸ அஸகஸ் ஸூஸாஃகஸயுலு.

ஸூஸாஸாஃ ஸூஸ ஸூஸாயஃகஸாஃ ஸூஸாஃ
ஸூஸாஃ ஸூஸாஃ ஸூஸாயஃகஸாஃ ஸூஸாஃ ஸூஸாஃ
ஸூஸாஃ ஸூஸாஃ ஸூஸாயஃகஸாஃ ஸூஸாஃ ஸூஸாஃ
ஸூஸாஃ ஸூஸாஃ ஸூஸாயஃகஸாஃ ஸூஸாஃ ஸூஸாஃ
ஸூஸாஃ ஸூஸாஃ ஸூஸாயஃகஸாஃ ஸூஸாஃ ஸூஸாஃ
ஸூஸாஃ ஸூஸாஃ ஸூஸாயஃகஸாஃ ஸூஸாஃ ஸூஸாஃ

அலலவஸாஸ

ஸ.ஸிஸ்	M ஸிஸ (kg)	ஸூஸ l (m)	M/l^2
1			
2			
3			
4			
5			

ஸூஸாஃ = M/l^2

கூஸஃகஸாவயிஸ் அகிர்வயுலு = ஸூஸிர் அகிர்வயுலு

$$n = \frac{1}{2} \sqrt{\left(\frac{M}{l^2}\right) \frac{g}{m}} \text{ Hz}$$

(M/l^2) ஸூஸாஃ ஸூஸாஃ ஸூஸாஃ ஸூஸாஃ. M ஸூஸாஃ
1 ஸூஸாஃ ஸூஸிர் ஸூஸாஃ. கூஸாஃகஸாஃ ஸூஸாஃ
ஸூஸாஃ ஸூஸிர் ஸூஸாஃ ஸூஸாஃ ஸூஸாஃ ஸூஸாஃ.

(ii) ஸூஸாஃ ஸூஸாஃ (longitudinal Mode)



5

நூலாந்து கிசைக்கதையக்து செங்குத்தாக படத்தின் காலடியவாறு அமைக்கப்படுகிறது. எனவே கிசைக்கதையின் அதிர்வு நூலின் நீளத்திற்கு செங்குத்தாக அமையும். எனவே கிசைக்கு மூலகன முறை என்று பெயர். முக்கிய முறை போன்றே இதையொன்றை மூலகனமான சேர்க்கை செய்யலாம்.

கிசைக்கதையின் அதிர்வுகளும் போது நூலின் மீட்டியை அமைக்கச் செய்கின்றன. அதன்கீழ் சூராசர் நீளம் l எனக் கொள்ளலாம். மெய்யென்று மூலகனத்தை சேர்த்து கீழும்ப செய்யப்படும். எனவே (M/l^2) ன் சூராசர் மீட்டிய கணக்கிடப்படுகிறது.

படத்தின் காலடியவாறு கிசைக்கதையொன்று ஒரு மூலகன அமைக்கவும் போது நூலாந்து அமைக்க அமைக்கப்படும் முடிக்கிறது. எனவே கிசைக்கதையின் அதிர்வுவெண்ணை போல இது மீட்டியாகும்.

கிசைக்கதையின் அதிர்வுவெண் = $2 \times$ நூலின் அதிர்வுவெண்

மீட்டியவெண்

மீட்டியவெண்	நிறை M (kg)	நீளம் l (m)	M/l^2

$$n = 2 \times \frac{1}{2} \sqrt{\frac{mg}{l^2} \left(\frac{l}{m}\right)} \text{ Hz.}$$

செவியெண்ணா ஒலிக் (Ultrasonic wave)

ஒரு மீட்டிய அதிர்வுகளும் போது ஒலி கேள்விக்கூடாது. ஒலி அமைக்கக் அதிர்வுவெண் 20 Hz - 20,000 Hz உள்ள அமைக்கவும் போது கிசைக்கதையின் மீட்டியவெண் உணர்வுகளும். கிசைக்கதையின் ஒலி என்யர்.

ஒலியின் அதிர்வுவெண் 20,000 Hz க்கு அதிகமாக

7

(01) செவியுணர்வு முறை 2 குவாட்ரம்.

அமைப்பு.

புலத்தின் கிற்றைகளை சிற்றியல்பும் சாட்டப்படும்படி AB என்பது ஒரு மின்தன் சாட்டி அது மையம் C யின் கிணநிழத்தியப்படும்படி. L_1, L_2 என்ற கம்பிச் சிற்றுகள் AB-ல் இது சிற்றியல்புகள்து. L_1 அத்து இரண்டிமிடல்கள் உய்யும்படி சிற்றுகள் கிணநிழத்தியப்படும்படி. L_2 அத்து AB-ல் இது சிற்றியல்புகள்து. மாற்றக்கூடிய மின்தெக்கி C-யானது L_2 புலம் குறுக்காக கிணநிழத்தியப்படும்படி. Vcc என்பது அடுக்கி மின்தன் அடுகம்.

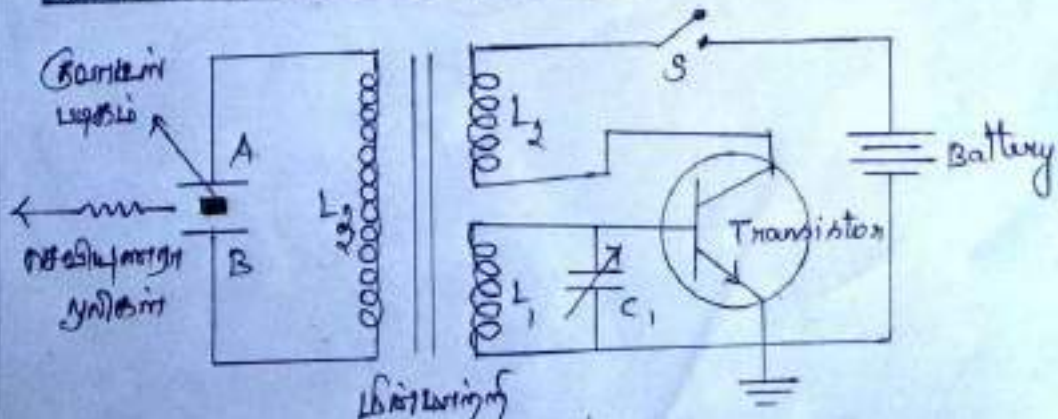
செயல்பாடுகள்.

மின்தன் அத்து கிணநிழத்தியப்படும்படி சிற்றின் அமைவுகள் உருவாகும். C-ல் மின்தன் மாற்றி உருவாகும். அகிரவணம் மின்தன் சாட்டிக் கிணநிழத்தியப்படும்படி அகிரவணம் மின்தன் சிணநிழத்தியப்படும். கிணநிழத்தியப்படும்படி உருவாகும் சாட்டியானது மெரும அச்சுடன் அகிரவணம் அகிரவணம் அகிரவணம் 20,000 Hz க்கு மின்தன் அமைவுகளைக் கிணநிழத்தியப்படும்படி (01) செவியுணர்வு முறை 2 குவாட்ரம்.

கிணநிழத்தியப்படும்படி 3 MHz உருவியானது அகிரவணம் மின்தன் செவியுணர்வு முறையின் உருவாகும்.

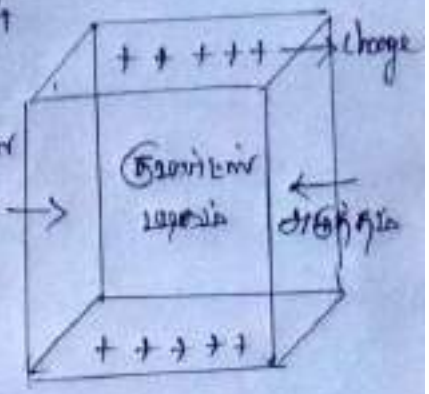
ii) அடுக்கி மின்தன் அமைவுகளை

(Piezo-electric Method)



8

மிசை மின்னியற்றி மிசைமலின்
 மின் வினையாக மின்னணுவியலின்
 அடிப்படைகளைக் கொண்டுள்ளது. குவாண்டம்
 கோளம் மின்னணுவியல் X அச்சின்
 அடியாக மின்சாரம் செய்க்கின்றன
 Y அச்சின் அடியாக அறிவுகளை
 உண்டாக்கியுள்ளது. X அச்சின் அடியாக
 மின்சாரம் மட்டும், திறவு மிசைமலின் மின் வினையாக
 மின்னணுவியல் அமைகிறது.



மாதிரியாக மின்னணுவியல் அடிக்கற்க்கு மின்னணுவியல்
 மின்னணுவியல் அறிவுகளைக் கொண்டுள்ளது. அடிக்கற்க்கின் அறிவுகளை
 10,000 Hz க்கு மின் அமைப்புகளின் மின்னணுவியல்
 மின்னணுவியல் அறிவுகளைக் கொண்டு மின்னணுவியல் அமைகிறது.

அமைப்பு

அடிக்கற்க்கு மின்னணுவியல் அமைப்புகள் சிந்தனை
 மின்னணுவியல் அமைப்புகள் கொண்டுள்ளது. 2 மின்னணுவியல்
 அடிக்கற்க்கு P₁, P₂ மின்னணுவியல் அமைப்புகள் மின்னணுவியல்
 அமைப்புகள் கொண்டுள்ளது. மின்னணுவியல் L அமைப்புகள் P₁, P₂
 மின்னணுவியல் அமைப்புகள் கொண்டுள்ளது. L அமைப்புகள் மின்னணுவியல்
 அமைப்புகள் சிந்தனை L₁, L₂ மின்னணுவியல் அமைப்புகள்
 அமைப்புகள் கொண்டுள்ளது. L₁ அமைப்புகள் அமைப்புகள் L₂ அமைப்புகள்
 அமைப்புகள் கொண்டுள்ளது. V_{cc} அமைப்புகள்
 அமைப்புகள் அமைப்புகள் மின்னணுவியல் அமைப்புகள் கொண்டுள்ளது.

அமைப்புகள்:

மின்னணுவியல் அமைப்புகள் கொண்டுள்ளது சிந்தனை அமைப்புகள்
 அமைப்புகள் L-ன் அமைப்புகள் கொண்டு அமைப்புகள் கொண்டுள்ளது
 அமைப்புகள் அமைப்புகள் கொண்டுள்ளது அமைப்புகள் கொண்டுள்ளது
 அமைப்புகள் கொண்டுள்ளது அமைப்புகள் கொண்டுள்ளது அமைப்புகள்
 அமைப்புகள் கொண்டுள்ளது அமைப்புகள் கொண்டுள்ளது அமைப்புகள்
 அமைப்புகள் கொண்டுள்ளது அமைப்புகள் கொண்டுள்ளது அமைப்புகள்
 அமைப்புகள் கொண்டுள்ளது அமைப்புகள் கொண்டுள்ளது அமைப்புகள்

Books for reference:

1. R. Murugesan, Properties of matter , S Chand And Company Limited, Ram Nagar, New Delhi - 55.
2. A. Sundaravelusamy, Properties of matter and sound (Tamil), Priya Publications, Karur – 2.