Inst Hour	: 4
Credit	: 3
Code	: 18K2CH/PAM3

:R : II
:OURSE : III - Mathematics

DIFFERENTIAL EQUATIONS AND TRANSFORMS

(For B. Sc., Physics & Chemistry Major)

s of first order but of higher degree – Equations solvable for dy/dx, Equations solvable for ions Solvable for y, Clairaut's form (simple cases only) –Linear equations with constant nts – Definitions – The Operator D, Complementary Function of a Linear Equation with Coefficients, General Method of finding Particular Integral, Special Methods for finding ar Integral.
:r 4 Sec: 1, 2, 2.1, 2.2, 3.1, of Text Book1 & Chapter 5 Sec 1-4, 4.1, 4.2of Text Book1)

2 :
Differential Equations- Definition – Derivation of Partial Differential Equations: By ating arbitrary constants, By the elimination of arbitrary functions – Different Integrals of Differential Equations – Solutions of Partial Differential equations in some simple cases – ard type of First Order Equations – Standard 1, Standard 2, Standard 3, Standard 4 – Clairaut's
ding : Differential equations - Chapter 6 Sec: 1, 2, 2.1,2.2, 3, 4, 5, 5.1-5.4 of Text Book 2)

T 3 :
ace Transform –Definition –L(e^{at}), L(cos(at)), L (sin (at)), L(t^n) , where n is a positive integer. ie general theorems in Laplace Transforms (formula only) – $L[e^{-at}\ cosbt]$, $L[e^{-at}\ sinbt]$, $-at\ f(t)]$, L [f'(t)],L[f''(t)], L [f^n(t)] and related Problems
eading : Differential equations - Chapter 4: Sec1, 2, 3 Text Book2)

IIT 4:
verse Laplace Transforms relating to the above standard forms – Modified results to get the Inverse ansforms of Functions - Solving Ordinary Differential Equations with constant coefficients using aplace Transforms.
Heading : Differential equations - Chapter 4 Sec4, 5, 6 Text Book2)

JNIT 5:
Fourier series- definition-Finding Fourier series expansion of periodic functions with Period 2π – Odd & Even functions in Fourier series – Half Range Fourier Series – Development in Sine series – Development in cosine series.
(Heading : Integral calculus - Chapter 4 Sec1, 2, 3, 3.1, 3.2, 4, 5.1, 5.2 Text Book2)

Text Books :
[1] S.Narayanan, T.K.Manickavasagom Pillai, Differential Equations, Viswanatham Publishers, 2001
[2] S.Narayanan, T.K.Manickavasagom Pillai, Ancillary Mathematics Book2.

Reference Books:
[1] S.Arumugam , Issac ,Trigonometry & Fourier Series
[2] B.R.Subramanian, Laplace Transform

Question Pattern (Both in English & Tamil Version)

Section A : 10 x 2 = 20 Marks, 2 Questions from each Unit.
Section B : 5 x 5 = 25 Marks, EITHER OR (a or b) Pattern, One question from each Unit.
Section C : 3 x 10 = 30 Marks, 3 out of 5, One Question from each Unit.

18K2CH

அலகு - I

வகைக்கெழு சமன்பாடுகள் மற்றும் உருமாற்றங்கள்

முதல் வரிசை மற்றும் உயர்படிகளின் வேறுபட்ட சமன்பாடு.

படிவம் $f(x, y, \frac{dy}{dx}) = 0$ இல் வேறுபட்டகெழும் $\frac{dy}{dx}$ எனவும்

வரிசையை ஒரு வேறுபட்ட சமன்பாடு $p = \frac{dy}{dx}$ -யை குறிக்கவும்

$f(x, y, p) = 0$ என்ற வேறுபாடு சமன்பாடு முதல் வரிசையை

வேறுபட்ட சமன்பாடு என்றும் அழைக்கப்படுகிறது.

p-க்கு தீர்க்கக்கூடிய சமன்பாடு.

· $\frac{dy}{dx}$ க்கு தீர்க்கக்கூடிய சமன்பாடு இனி நாம் $\frac{dy}{dx}$ -ஐ p

குறிப்போம். முதல் வரிசையின் சமன்பாடு மற்றும் n-வது

$p_1, p_2 \ldots p_n$, x மற்றும் y-இன் செயல்பாட்டை குறிக்கிற

$\phi_1(x, y, c)\ \phi_2(x, y, c) \ldots \phi_n(x, y, c) = 0$

எடுத்துக்காட்டு - 1. தீர் $p^2 - 3p + 2 = 0$

$$p = \frac{3 \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2}}{2 \cdot 1} = \frac{3 \pm \sqrt{9-8}}{2} = \frac{3 \pm 1}{2} = 2 \text{ or}$$

$p = 2$	$p = 1$
$\frac{dy}{dx} = 2$	$\frac{dy}{dx} = 1$
$\int dy = \int 2\,dx$	$dy = dx$
$y = 2x + c_1$	$y = x + c_2$
$y - 2x - c_1 = 0$	$y - x - c_2 = 0$

எடுத்துக்காட்டு : 2 தீர் $x^2p^2 + 3xyp + 2y^2 = 0$

தீர்வு : $x^2p^2 + 3xyp + 2y^2 = 0$

$$x^2p^2 + xyp + 2xyp + 2y^2 = 0$$

$$\begin{array}{c|c} 3xyp & 2x^2y^2p^2 \\ \hline xyp & 2xyp \end{array}$$

$$xp(xp + y) + 2y(xp + y) = 0$$

$$(xp + y)(xp + 2y) = 0$$

$xp+y=0 \qquad xp+2y=0$

$xp=-y \qquad xp=-2y$

$p=-y/x \qquad p=-2y/x$

$\frac{dy}{dx}=-y/x. \qquad \frac{dy}{dx}=-2y/x$

$\int\frac{dy}{y}=\int\frac{-dx}{x}. \qquad \int\frac{dy}{+y}=\int\frac{-2dx}{x}$

$\log y=-\log x+\log c_1 \qquad \log y+\log x^2=\log c_2$

$\log y+\log x=\log c_1 \qquad \log yx^2=\log c_2$

$\log xy=\log c_1 \qquad yx^2-c_2=0.$

$xy-c_1=0$

தீர்வானது $(xy-c_1)(yx^2-c_2)=0.$

எடுத்துக்காட்டு : 3

தீர் $p^2+(x+y-\frac{2y}{x})p+xy+\frac{y^2}{x^2}-y-\frac{y^2}{x}=0$

தீர்வு: $p=\frac{-(x+y-2y/x)\pm\sqrt{(x+y-2y/x)^2-4\cdot1(xy+\frac{y^2}{x^2}-y-y^2/x)}}{2}$

$=\frac{-(x+y-2y/x)\pm\sqrt{x^2+y^2+\frac{4y^2}{x^2}+2xy-\frac{4y^2}{x}-4y-4xy-4y^2/x^2+4y+4y^2/x}}{2}$

$=\frac{-(x+y-2y/x)\pm\sqrt{x^2+y^2-2xy}}{2}=\frac{-(x+y-\frac{2y}{x})\pm\sqrt{(x-y)^2}}{2}$

$=\frac{-(x+y-\frac{2y}{x})\pm(x-y)}{2}=\frac{-x-y+\frac{2y}{x}+x-y}{2},\ \frac{-x-y+\frac{2y}{x}-x+y}{2}$

$p=\frac{-2y+\frac{2y}{x}}{2},\ \frac{-2x+\frac{2y}{x}}{2},\ y/x-y,\ y/x-x$

$\frac{dy}{dx}=\frac{y}{x}-y \qquad \frac{dy}{dx}=y/x-x \qquad (\because \frac{dy}{dx}+Py=Q$

$\frac{dy}{dx}=y(1/x-1) \qquad \frac{dy}{dx}-\frac{y}{x}=-x \qquad e^{\int Pdx}=e^{\int -1/x\,dx}=1/x)$

$\int\frac{dy}{y}=\int(1/x-1)dx$

$\log y=\log x-x+\log c. \qquad ye^{\int Pdx}=\int Qe^{\int Pdx}dx+c$

$y/x=\int -x\,1/x\,dx+c$

$y/x=-x+c$

$y=-x^2+xc$

4

$\log y - \log x = -x + \log c$

$\log y/x = -x + \log c$

$\log y/x = c e^{-x}$

$y = cx e^{-x}$

∴ தீர்வுகள் $y = cxe^{-x}$ $y + x^2 - xc = 0$

y-ன் மேல் தீர்வுகாணல் தீர்வு.

$f(x,y,p) = 0$ என்ற சமன்பாடு $y = f(x,p)$ எனில்.

எடுத்துக்காட்டு : 1 $x = y + a \log p$ என்ற தீர்வு காண்.

தீர்வு $x = y + a \log p$.

x-ஐ y-யை பொறுத்து வகையிட,

$$\frac{dx}{dy} = 1 + a \frac{1}{p} \frac{dp}{dy}$$

$$\frac{1}{p} - 1 = \frac{a}{p} \frac{dp}{dy}$$

$$\frac{1-p}{p} = \frac{a}{p} \frac{dp}{dy}$$

$$\int dy = -a \int \frac{dp}{p-1}$$

$$y = -a \log(p-1) + a \log p$$

$$x = c + a \log \frac{p}{p-1}$$

$$y = c - a \log p - 1$$

எடுத்துக்காட்டு : 2 $x = p^2 + y$

தீர்வு $x = p^2 + y$

$$\frac{dx}{dy} = 2p \frac{dp}{dy} + 1$$

$$1/p = 2p \frac{dp}{dy} + 1$$

$$2p \frac{dp}{dy} = 1/p - 1 = \frac{1-p}{p}$$

$$\frac{2p^2}{1-p} \frac{dp}{dy} = 1$$

$$\frac{2p^2}{1-p} dp = \int dy$$

ஒருங்கிணைக்க, $2 \int (-p-1) + 1/(1-p)) dp = \int dy$

$$-2 \int (p+1 + 1/(p-1)) dp = y$$

$$-\left[\frac{p^2}{2} + p + \log(p-1)\right] = y + c$$

$$y = c - 2\left[\frac{p^2}{2} + p + \log(p-1)\right]$$

$$x = p^2 + y$$

$c_1 e^{x} + c_2 e^{4x}$

எடுத்துக்காட்டு : 3 $x = 1 - \frac{p}{\sqrt{p^2+1}}$

தீர்வு : $x = 1 - \frac{p}{\sqrt{p^2+1}}$

y ஐப் பொறுத்து வகையிடக் கிடைப்பது

$$\frac{dx}{dy} = \frac{-\sqrt{p^2+1}\,\frac{dp}{dy} + p\,\frac{1}{2\sqrt{p^2+1}}\,2p\,\frac{dp}{dy}}{p^2+1}$$

$$= \frac{dp}{dy}\left[\frac{-(p^2+1)+p^2}{(\sqrt{p^2+1})(p^2+1)}\right]$$

$$\frac{1}{p} = \frac{-dp}{dy}\,\frac{1}{(p^2+1)^{3/2}}$$

$$\int dy = -\int \frac{p}{(p^2+1)^{3/2}}\,dp.$$

$p^2+1 = t^2$

$2p\,dp = 2t\,dt.\quad p\,dp = t\,dt$

$$\int dy = -\int \frac{t\,dt}{t^3} = -\int \frac{dt}{t^2} = 1/t + c$$

$$y = 1/t + c$$

$$y = \frac{1}{\sqrt{p^2+1}} + c$$

$$(y-c)^2 = 1/p^2+1$$

$$x-1 = \frac{-p}{\sqrt{p^2+1}}$$

$$(x-1)^2 = \frac{p^2}{p^2+1}$$

$$(x-1)^2 + (y-c)^2 = 1$$

y-க்கு பொதுத் தீர்வு கிடைக்கிறது தீர்வாகும்.

எடுத்துக்காட்டு : 1 $y = 3x + \log p$

x-ஐப் பொறுத்து வகையிட,

$$\frac{dy}{dx} = 3 + \frac{1}{p}\,\frac{dp}{dx}$$

$$\frac{dp}{dx} = p(p-3)$$

$$\int \frac{dp}{p(p-3)} = \int dx$$

$$\int \left(\frac{-1/3}{p} + \frac{1/3}{p-3}\right) dp = \int dx$$

$$-1/3 \log p + 1/3 \log(p-3) = x + c$$

$$\log \frac{p-3}{p} = 3x + c_1$$

$$\frac{p-3}{p} = e^{3x+c_1}$$

$$1 - \frac{3}{p} = e^{3x+c_1}$$

$$1 - e^{3x}e^{c_1} = \frac{3}{p}$$

$$1 - c_2 e^{3x} = \frac{3}{p}$$

$$p = \frac{3}{1-c_2 e^{3x}}$$

$$y = 3x + \log \frac{3}{1-c_2 e^{3x}}$$

1. தீர்க்க: $\frac{d^2y}{dx^2} - 4y = 6e^{5x}$

தீர்வு:

கொடுக்கப்பட்ட $\frac{d^2y}{dx^2} - 4y = 6e^{5x}$

$$D^2 - 4 = 0.$$

துணைச்சமன்பாடு

$$m^2 - 4 = 0$$

$$m^2 = 4$$

$$m = \pm 2$$

நிரப்புச்சார்பு $= Ae^{2x} + Be^{-2x}$

சிறப்புத்தொகை $= \frac{1}{D^2-4} \cdot 6e^{5x}$

$$= 6 \cdot \frac{1}{D^2-4} e^{5x}$$

$$= 6 \cdot \frac{1}{25-4} e^{5x}$$

$$= \frac{6}{21} e^{5x}$$

$$= \frac{2}{7} e^{5x}$$

பொதுத்தீர்வு

$\therefore$ y = நிரப்புச்சார்பு + சிறப்புத்தொகை

$$= Ae^{2x} + Be^{-2x} + \frac{2}{7} e^{5x}.$$

தீர்க்க: $(D^2 - 5D + 4)y = 0.$

தீர்வு:

கொடுக்கப்பட்ட $(D^2 - 5D + 4)y = 0.$

Scanned by TapScanner

துணைச் சமன்பாடு

$$m^2 - 5m + 4 = 0$$

$$(m-1)(m-4) = 0$$

$$m = 1, 4$$

நிரப்புச்சார்பு $= C_1 e^{x} + C_2 e^{4x}$

பொதுத் தீர்வு.

$$\therefore y = C_1 e^{x} + C_2 e^{4x}$$

3. தீர்க்க : $(D^2 - 3D + 2) y = e^{3x}$

தீர்வு : கொடுக்கப்பட்ட $(D^2 - 3D + 2) y = e^{3x}$

துணைச் சமன்பாடு

$$m^2 - 3m + 2 = 0$$

$$(m-1)(m-2) = 0$$

$$m = 1, 2$$

நிரப்புச்சார்பு $= C_1 e^{x} + C_2 e^{2x}$

சிறப்புத்தொகை $= \dfrac{1}{D^2 - 3D + 2} e^{3x}$

$$= \frac{1}{3^2 - 3(3) + 2} e^{3x}$$

$$= \frac{1}{9 - 9 + 2} e^{3x}$$

$$= \frac{e^{3x}}{2}$$

பொதுத்தீர்வு

$$\therefore y = C_1 e^{x} + C_2 e^{2x} + \frac{e^{3x}}{2}$$

Scanned by TapScanner

5. தீர்க்க:

$$(D^2+5D+4)\,y = x^2+7x+9.$$

தீர்வு: துணைச் சமன்பாடு

$$m^2+5m+4 = 0$$

$$(m+4)(m+1) = 0$$

$$\therefore m = -4, -1.$$

நிரப்புச் சார்பு $= Ae^{-4x}+Be^{-x}$

சிறப்புத் தொகை $= \dfrac{1}{(D^2+5D+4)}\,(x^2+7x+9)$

$$= \frac{1}{4\left(1+\left(\frac{D^2+5D}{4}\right)\right)^{-1}}\,(x^2+7x+9)$$

$$= \frac{1}{4}\left[1+\left(\frac{D^2+5D}{4}\right)^{-1}\right]\cdot(x^2+7x+9)$$

$$= \frac{1}{4}\left[1-\left(\frac{D^2+5D}{4}\right)+\left(\frac{D^2+5D}{4}\right)^2-\cdots\right](x^2+7x+9)$$

$$= \frac{1}{4}\left[1-\frac{D^2}{4}+\frac{5D}{4}\ \cancel{=}\ \frac{D^4}{16}+\frac{25D^2}{16}\cdots\right](x^2+7x+9)$$

$$= \frac{1}{4}\left[x^2+7x+9-\frac{D^2}{4}(x^2+7x+9)+\frac{5}{4}D(x^2+7x+9 \;\div\cdots\right]$$

$$= \frac{1}{4}\left[x^2+7x+9-\frac{1}{2}-\frac{10}{4}x-\frac{35}{4}+\frac{50}{16}\right]$$

$$= \frac{1}{4}\left[x^2+\frac{9x}{2}+\frac{23}{8}\right]$$

சிறப்புத் தொகையீடு $= \frac{1}{32}(8x^2+36+22x)$

பொதுத் தீர்வு

$$y = Ae^{-4x} + Be^{-x} + \frac{1}{32}(8x^2+36+22x).$$

6. தீர்க்க : $(D^2-4D+3)y = \sin 3x \cos 2x.$

தீர்வு :

$$m^2-4m+3=0.$$

$$(m-3)\cdot(m-1)=0.$$

$$m=3,1.$$

நிரப்புச் சார்பு $= C_1e^{x} + C_2e^{3x}.$

சிறப்புத் தொகையீடு $= \cos 2x . \sin 3x.$

$$\therefore \sin 3x \cos 2x = \frac{\sin 5x + \sin x}{2} \qquad \because \sin A . \cos B = \frac{\sin(A+B)+\sin(A-B)}{2}$$

$$= \frac{\sin 5x}{2} + \frac{\sin x}{2}.$$

$$= \frac{1}{2}(\sin 5x) + \frac{1}{2}(\sin x).$$

$$P.I_1 = \frac{1}{2}\left[\frac{1}{D^2-4D+3}\cdot \sin 5x\right]$$

$$= \frac{1}{2}\left[\frac{1}{-25-4D+3}\cdot \sin 5x\right]$$

$$= \frac{1}{2}\left[\frac{1}{-22-4D}\sin 5x\right]$$

$$= \frac{1}{2}\left[\frac{-1}{4D+22}\times\frac{4D-22}{4D-22}\cdot \sin 5x\right]$$

$$= \frac{1}{2}\left[\frac{-2(2D+1)}{-20}\sin x\right]$$

$$= \frac{2D+1}{20}\sin x$$

$$= \frac{2D(\sin x)+\sin x}{20}$$

$$P.I_2 = \frac{2\cos x+\sin x}{20}.$$

பொதுத்தீர்வு

$$\therefore\ y = Ae^{x}+Be^{3x}+\frac{15\cos 5x-11\sin 5x}{884}$$

$$+\frac{\sin x+2\cos x}{20}.$$

$$= \frac{1}{2}\left[\frac{-(4D-22)}{16D^2-484} \cdot \sin 5x\right]$$

$$= \frac{1}{2}\left[\frac{-(4D-22)}{-400-484} \sin 5x\right]$$

$$= \frac{1}{2}\left[\frac{2(2D-11)}{884} \sin 5x\right]$$

$$= \frac{2D-11}{884} \cdot \sin 5x.$$

$$= \frac{2D(\sin 5x) - 11\sin 5x}{884.}$$

$$P.I_1 = \frac{10\cos 5x - 11\sin 5x}{884}$$

$$P.I_2 = \frac{1}{2}\left[\frac{1}{D^2-4D+3} \cdot \sin x\right]$$

$$= \frac{1}{2}\left[\frac{1}{-1-4D+3} \sin x\right]$$

$$= \frac{1}{2}\left[\frac{-1}{4D-2} \sin x\right]$$

$$= \frac{1}{2}\left[\frac{-(4D+2)}{16D^2-4} \sin x\right]$$

$$= \frac{1}{2}\left[\frac{-(4D+2)}{-16-4} \sin x\right]$$

Scanned by TapScanner

அலகு – II

வேறுபாட்டுச் சமன்பாடுகள்

பகுதி வேறுபாடு சமன்பாடுகள் என்பது ஒன்று அல்லது அதற்கு
– பகுதி வழித் தோன்றல்களை உள்ளடக்கியது. ஒரு பகுதி வேறுபாட்டுச்
ட சமன்பாட்டின் வரிசை அதில் நிகழும் பகுதி வழித் தோன்றல்களின்
ந்த வரிசையால் தீர்மானிக்கப்படுகிறது. பகுதி வேறுபாட்டுச் சமன்பாடு
ய மாறி z மற்றும் இரண்டு சுயாதீன மாறுபட்ட x மற்றும் y
வற்றை உள்ளடக்கியது.

$\frac{\partial z}{\partial x}$ $q = \frac{\partial z}{\partial y}$ $s = \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ $r = \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$ $t = \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$

ன்றை சமன்பாட்டின் வழித் தோன்றல்.

பகுதியின் சமன்பாட்டின் வழித்தோன்றல் என்பது (i) x, y, z
ற தன்னிச்சையான செயல்பாடுகளுக்கு இடையிலான உறவிலிருந்து
றலாம். (ii) தன்னிச்சையான மாறிலிகளை நீக்குவதன் மூலம் பகுதிவகை
ன்பாட்டினை பெறலாம்.

ச்சையான மாறிலிகளை நீக்குதல்.

a மற்றும் b ஆகிய இரண்டு சுயாதீன தன்னிச்சையான மாறிலிகளை
– $f(x, y, z, a, b) = 0$ என்ற செயல்பாட்டைக் கவனிக்க.

டு : 1 $z = (x+a)(x+b)$ என்ற சமன்பாட்டிலிருந்து a மற்றும் b
நீக்குக.

: $z = (x+a)(x+b)$ — (1).

x மற்றும் y-யை பொறுத்து பகுதியளவு வேறுபாடாக வகைப்படுத்துக.

$$\frac{\partial z}{\partial x} = y+b \qquad \frac{\partial z}{\partial y} = x+a.$$

$$p = y+b \qquad q = x+a.$$

, q-ன் மதிப்பை சமன் (1)-ல் பிரதியிட $\boxed{z = pq}$

டு : 2 $z=0$ என்ற விமானத்தில் மையங்கள் அமைந்துள்ள அனைத்து
களின் பகுதிவேறுபாட்டுச் சமன்பாட்டினை காண். அதன் ஆரம் நிலையானது
r க்கு சமம்.

கொடுக்கப்பட்ட கோளத்தின் சமன்பாடு

இதிலிருந்து a மற்றும் b என்பது மாறிலிகளை நீக்கின் மற்றும் r என்பது கொடுக்கப்பட்ட நிலையான மாறி.

x மற்றும் y-யை பொறுத்து வகைக்கெழுக்களை காண்பதால்,

$$2(x-a)+2z\frac{\partial z}{\partial p}=0 \qquad 2(y-b)+2z\frac{\partial z}{\partial y}=0$$

$$(x-a)+pz=0. \qquad (y-b)+qz=0$$

$$(x-a)=-pz \qquad y-b=-qz$$

$$(-pz)^2+(-qz)^2+z^2=r^2$$

$$p^2z^2+q^2z^2+z^2=r^2$$

$$\boxed{z^2(p^2+q^2+1)=r^2}$$

மாறிலிகளை சார்புகளை நீக்குதல் முறை.

u மற்றும் v x, y மற்றும் z-ன் இரண்டு சார்புகள் என்க. $\phi(u,v)=0$ கொடுக்கப்பட்டால் இது ஒரு சமன்பாடு ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு :1 $z=f(x^2+y^2)$ என்ற சார்பிலிருந்து மாறிலிகளை சார்புகளை நீக்குக.

தீர்வு: கொடுக்கப்பட்ட சார்பானது $z=f(x^2+y^2)$

x மற்றும் y-யை பொறுத்து வகைக்கெழுக்களை காண்பதால்,

$$\frac{\partial z}{\partial x}=f'(x^2+y^2)\,2x \qquad \frac{\partial z}{\partial y}=f'(x^2+y^2)\,2y$$

$$\frac{p}{2x}=f'(x^2+y^2) \qquad \frac{q}{2y}=f'(x^2+y^2)$$

$$\therefore \frac{p}{2x}=\frac{q}{2y} \qquad \boxed{py=qx}$$

எடுத்துக்காட்டு: 2 Eliminate the arbitrary $z=f(x+ay)+\phi(x-ay)$ என்ற சார்பிலிருந்து மாறிலிகளை சார்புகளை நீக்குக.

தீர்வு: கொடுக்கப்பட்ட சார்பு $z=f(x+ay)+\phi(x-ay)$

$$\frac{\partial z}{\partial x} = f'(x+ay) + \varphi'(x-ay) \qquad \frac{\partial z}{\partial y} = f'(x+ay)\cdot a + \varphi'(x-ay)(-a)$$

$$p = f'(x+ay) + \varphi'(x-ay) \qquad q = af'(x+ay) - a\varphi'(x-ay)$$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = f''(x+ay) + \varphi''(x-ay) \qquad \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = a^2 f''(x+ay) + a^2\varphi''(x-ay)$$

$$\boxed{\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = a^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}}$$

பகுதிவகைக்கெழு சமன்பாடுகளின் எளிமையான தீர்வுகள்

எடுத்துக்காட்டு : 3 $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = 0$

தீர்வு : $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)$

இங்கே $\frac{\partial z}{\partial y} = f(y)$ f-என்பது தன்னிச்சையான செயல்பாடாக இருக்கும்போது

$$\int \text{ing} \quad \frac{\partial z}{\partial y} = \int f(y)\,dy + \varphi(x)$$

$$z = F(y) + \varphi(x)$$

இங்கு $F(y)$ மற்றும் $\varphi(x)$ என்பது தன்னிச்சையான செயல்பாடுகள்.

பகுதிவகைக்கெழு சமன்பாடுகளின் வெவ்வேறு வகைத்தீர்வுகள்

முழுமையான ஒருங்கிணைப்பு

சார்பற்ற மாறிகள் இருப்பதால் பல தன்னிச்சையான மாறிலிகளைக் கொண்ட ஒரு தீர்வு முழுமையான ஒருங்கிணைப்பு என்று அழைக்கப்படுகிறது.

குறிப்பிட்ட ஒருங்கிணைப்பு

ஒரு முழுமையான ஒருங்கிணைப்பில் தன்னிச்சையான மாறிலிகளுக்கு குறிப்பிட்ட மதிப்புகளால் பெறப்பட்ட தீர்வு குறிப்பிட்ட ஒருங்கிணைப்பு என்று அழைக்கப்படுகிறது.

ஒற்றை ஒருங்கிணைப்பு

பகுதிவகைக்கெழு சமன்பாடு $f(x,y,z,p,q)=0$ என எடுத்துக்கொள்வோம். இதன் முழுமையான ஒருங்கிணைப்பு என்பது $\varphi(x,y,z,a,b)=0$ என்க. $\frac{\partial \varphi}{\partial a}=0$, $\frac{\partial \varphi}{\partial b}=0$ இவற்றுக்கு இடையே உள்ள மாறிலி a மற்றும் b

Scanned by TapScanner

-ஐ நீக்கினால் வரும் கிடைக்கும் சமன்பாடு ஒருமை தீர்வினைத் தரும்.

பொதுவான தீர்வினைப் :

$\phi(x, y, z, a, f(a)) = 0$ ($\because b = f(a)$) என்பது முழுமையான தீர்வினைப் தரும். 'a'-வை பொறுத்து வகையிடப்பட்டு கிடைக்கும் வரும் கிடைப்பது $\frac{\partial \phi}{\partial a} + \frac{\partial \phi}{\partial b} f'(a) = 0$. 'a' மற்றும் மேலே உள்ள சமன்பாட்டிலிருந்து கிடைக்கும் உள்ள a-ஐ நீக்கம் பொழுது கிடைப்பது பொதுவான தீர்வினைப்.

எடுத்துக்காட்டு: 4 $\frac{\partial^2 z}{\partial y} = \sin y$ ஐ தீர்க்க.

தீர்வு: கொடுக்கப்பட்டுள்ள சமன்பாடு $\frac{\partial^2 z}{\partial y} = \sin y$

தொகையிட்ட சமன்பாட்டை தொகையிட,

$$\frac{\partial z}{\partial y} = -\cos y + f(x)$$

மறுபடியும் தொகையிட,

$$z = -\sin y + y f(x) + \phi(x)$$

f மற்றும் ϕ என்பது தன்னிச்சையான சார்புகள்.

எடுத்துக்காட்டு: 5 $x + y\frac{\partial z}{\partial x} = 0$ -ஐ தீர்வு காண்.

தீர்வு: கொடுக்கப்பட்ட சமன்பாடு $x + y\frac{\partial z}{\partial x} = 0$.

$$\frac{\partial z}{\partial x} = -\frac{x}{y}$$

தொகையிட, $z = -\frac{x^2}{2y} + \phi(y)$

எடுத்துக்காட்டு: 6 தீர்வு காண் $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = x^2 + y^2$

தீர்வு: கொடுக்கப்பட்ட சமன்பாடு $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = x^2 + y^2$

தொகையிட, $\frac{\partial z}{\partial x} = x^2 y + \frac{y^3}{3} + \phi(x)$

மறுபடியும் தொகையிட $z = \frac{x^3 y}{3} + \frac{x y^3}{3} + f(x) + f(y)$

$\frac{\partial z}{\partial x}$

[illegible]

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{3x}{x} + \frac{9}{x} + \frac{3z}{x}$$

$$\frac{\partial z}{\partial x} - 3\frac{z}{x} = 3x + \frac{4}{x}$$

[illegible] $e^{\int P dx} = e^{\int -3/x \, dx} = e^{-3\int 1/x \, dx} = e^{-3\log x} = e^{\log x^{-3}}$

$= 1/x^3$

$$\frac{1}{x^3}\left(\frac{\partial z}{\partial x} - \frac{3z}{x}\right) = \frac{3}{x^3} + \frac{4}{x^4}$$

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{z}{x^3}\right) = \frac{2}{x^3} + \frac{4}{x^4}$$

$+ \phi(y)$

$$\frac{z}{x^3} = -\frac{1}{x^2} - \frac{4}{3x^3}$$

$$z = -x - \frac{4}{3} + x^3\phi(y)$$

[illegible] $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = a^2 z$; $x = 0$ [illegible]

$\frac{\partial z}{\partial x} = a\sin y$ and $\frac{\partial z}{\partial y} = 0$.

[illegible] : z [illegible]

[illegible]. $z = f(y)e^{ax} + \phi(y)e^{-ax}$

$$\frac{\partial z}{\partial x} = f(y)\,a e^{ax} - a\,\phi(y)e^{-ax}$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = f'(y)e^{ax} + \phi'(y)e^{-ax}$$

$x = 0$ $\frac{\partial z}{\partial x} = a\sin y$

$$a f(y) - a\phi(y) = a\sin y$$

$$f(y) - \phi(y) = \sin y \quad \text{—} ①$$

$x=0$, $\frac{\partial z}{\partial y}=0$ - எனக் கொடுக்கப்படுகிறது

$$f'(y)+\varphi'(y)=0. \quad \text{—— (2)}$$

சமன்பாடு (1) -ல் பொருத்த

$$f'(y)-\varphi'(y)=\cos y \quad \text{— (3)}$$

சமன்பாடு (2) மற்றும் (3) -லிருந்து

$$f'(y) = -1/2 \cos y$$

$$\varphi'(y) = -1/2 \cos y$$

$$f(y) = 1/2 \sin y + A \qquad \varphi'(y) = -1/2 \sin y + B \quad \rightarrow (4)$$

சமன்பாடு (1) மற்றும் (4) -லிருந்து $A=B$

$$z = 1/2 \sin y\, e^{ax} - 1/2 \sin y\, e^{-ax} + Ae^{ax} + Ae^{-ax}$$

$$z = \sin y \sinh ax + 2A\cosh ax.$$

முதல் வரிசை சமன்பாட்டின் நிலையான வகை.

நிலையான வகை : 1

x, y, z மாறிகள் வெளிப்படையாக இல்லை. இது போன்ற $f(a,b)=0$ என்ற வடிவில் சமன்பாடுகள் $f(p,q)=0$ வடிவிலுள்ள தீர்க்கும் போது கிடைப்பது முழுமை மற்றும் உள்ளன. $b=f(a)$ என தீர்க்கும் போது கிடைப்பது முழுமை மற்றும் முழுமை தீர்வினைப் பெறலாம்.

எடுத்துக்காட்டு : 1 தீர்க்க $p^2+q^2=npq$

எடுத்துக்காட்டு சமன்பாடு என்பது $p^2+q^2=npq$.

தீர்வு: கொடுக்கப்பட்ட சமன்பாடு என்பது

முழுமையான தீர்வானது $z=ax+by+c$.

$p=a$ மற்றும் $q=b$ என பொருத்த,

$$a^2+b^2=nab$$

$$b = \frac{a(n\pm\sqrt{n^2-4})}{2}$$

முழுமையான தீர்வினைப் பெற

$$y = ax + \frac{ay}{2}(n \pm \sqrt{n^2-4}) + c$$

$c = f(a)$ என பிரதியிட ஒருங்குறா தீர்வினைப் பெறலாம்

$$z = ax + \frac{ay}{2}\left(n \pm \sqrt{n^2-4}\right) + f(a)$$

'a'-ஐ பொறுத்து பகுதி வகைக்கெழு காண கிடைப்பது,

$$0 = x + \frac{y}{2}\left(n \pm \sqrt{n^2-4}\right) + f'(a).$$

இவ்விரு சமன்பாடுகளிலிருந்து 'a'-ஐ நீக்கும்போது கிடைப்பது பொதுத் தீர்வினைப்பு.

நிலையான வகை: 2

x, y, z இல்லாத மாறிகள் மட்டுமே வெளிப்படையானவை.

எடுத்துக்காட்டு: 1 $q = xp + p^2$

தீர்வு: $q = xp + p^2$ $q = a$ என எடுத்துக்கொள்க.

$$aq = xp + p^2$$

$$p^2 + xp - a = 0$$

$$p = \frac{-x \pm \sqrt{x^2-4a}}{2}$$

$$dz = \frac{-x \pm \sqrt{x^2-4a}}{2}\,dx + a\,dy$$

தொகையிட $z = \int \frac{-x \pm \sqrt{x^2-4a}}{2}\,dx + ay + b$

$$z = \frac{-x^2}{4} \pm \left\{ \frac{x}{4}\sqrt{4a+x^2} + a\sinh^{-1}\left(\frac{x}{2\sqrt{a}}\right) + ay +\right.$$

எடுத்துக்காட்டு: 2 $p = y^2q^2$

தீர்வு: $p = y^2q^2$

$p = a^2$ என பிரதியிட

$$q = \pm a/y$$

$$dz = a^2dx \pm \frac{a}{y}\,dy$$

தொகையிட $z = a^2x \pm a\log y + b$

எடுத்துக்காட்டு :3 $p(1+q^2) = q(z-1)$

தீர்வு : $p(1+q^2) = q(z-1)$ $q = ap$ என பிரதியிட

$$p(1+a^2p^2) = ap(z-1)$$

$$1+a^2p^2 = a(z-1)$$

$$p = \frac{\pm\sqrt{az-a-1}}{a}$$

$$dz = \frac{\pm\sqrt{az-a-1}}{a}\,dx \pm \sqrt{az-a-1}\,dy$$

$$\text{i.e., } \pm\frac{a\,dz}{\sqrt{az-a-1}} = dx + a\,dy$$

$$\pm\int \frac{a\,dz}{\sqrt{az-a-1}} = x + ay + b$$

$$\pm 2\sqrt{az-a-1} = x + ay + b.$$

திட்டவகை : 3

இந்த சமன்பாடுகள் அமைப்பானது $f_1(x,p) = f_2(y,q)$

எடுத்துக்காட்டு :4 : $p+q = x+y$ என்ற சமன்பாட்டை தீர்.

$p-x = y-q$ என்ற சமன்பாடுகள் மேல் அமைப்பாகும்.

$$p-x = a \quad y-a = q.$$

$$dz = (x+a)\,dx + (y-a)\,dy$$

தொகையிட $z = \frac{(x+a)^2}{2} + \frac{(y-a)^2}{2} + b.$

சிறப்பான வகை : 4. (கிளைரோட்டின் சமன்பாடு)

இந்த வகை அமைப்பானது $z = px + qy + f(p,q)$

எடுத்துக்காட்டு : 1 தீர்க்க $z = px + qy + \sqrt{1+p^2+q^2}$

முழுமையான தீர்வினைப் பெறுவது

$$z = ax + by + \sqrt{1+a^2+b^2}$$

'a' யை

பொது தீர்வினைப் பெறுவதற்கு பகுதி வகையிடல் செய்யப்பட்டது,

$$x + \frac{a}{\sqrt{1+a^2+b^2}} = 0$$

$$y + \frac{b}{\sqrt{1+a^2+b^2}} = 0$$

'a' மற்றும் 'b' யை நீக்கும் போது கிடைப்பது தனித்த

$$x^2 + y^2 + z^2 = 1$$

$b = f(a)$ என எடுத்துக் கொண்டால் பொதுவான தீர்வினைப் பெற

$$z = ax + by + \sqrt{1+a^2+f(a)^2}$$

'a' யை நீக்க வகையிட்டு பின்னர் பொது தீர்வு

கிடைக்கும்.

அலகு - III

லேப்லாஸ் உருமாற்றம்.

வரையறை: $\int_0^\infty e^{-st} f(t)\, dt$ க்கு மாறாக t-யின் அனைத்து ஒரு செயல்பாடு f(t) வரையறுக்கப்பட்டால், நேர்மறை மதிப்புகளுக்கும் ஒரு லேப்லாஸ் உருமாற்றம் என அழைக்கப்படுகிறது. F(S) என்பது f(t)-யின் லேப்லாஸ் உருமாற்றம் என குறிக்கப்படுகிறது. மற்றும் $L\{f(t)\}$ என குறிக்கப்படுகிறது.

பண்புகள்:

1. $L\{f(t)+g(t)\} = L\{f(t)\} + L\{g(t)\}$.

$$L\{f(t)+g(t)\} = \int_0^\infty e^{-st} f(t) + e^{-st} g(t)\, dt.$$

$$= \int_0^\infty e^{-st} f(t)\, dt + \int_0^\infty e^{-st} g(t)\, dt.$$

$$= L\{f(t)\} + L\{g(t)\}.$$

(ii) $L\{f(t)\} = c L\{f(t)\}$. c என்பது மாறிலி.

$$L\{c f(t)\} = \int_0^\infty e^{-st} c f(t)\, dt$$

$$= c\int_0^\infty e^{-st} f(s)\, dt.$$

$= \cancel{c f(t) dt}$

$= c'$

(iii) $L\{f'(t)\} = sL\{f(t)\} - f(0)$.

$$L\{f'(t)\} = \int_0^\infty e^{-st} f'(t)\, dt$$

$$= [f(t) e^{-st}]_0^\infty - \int_0^\infty f(t)(-s)e^{-st}\, dt.$$

$$= -f(0) + s\int_0^\infty f(t) e^{-st}\, dt$$

$$= sL\{f(t)\} - f(0)$$

$L\{f''(t)\} = s^2 L\{f(t)\} - sf(0) - f'(0)$

$L\{f''(t)\} = L[F'(t)]$ $\quad F(t) = f'(t).$

$= sL[F(t)] - F(0)$

$= sL[f'(t)] - f'(0)$

$= s\{s L\{f(t)\} - f(0)\} - f'(0)$

$= s^2 L\{f(t)\} - s f(0) - f'(0).$

$L(e^{-at}) = \dfrac{1}{s+a}.$ $\quad s+a > 0.$

proof :1 $\quad L(e^{-at}) = \int_0^\infty e^{-st} e^{-at}\, dt$

$= \int_0^\infty e^{-(s+a)t}\, dt$

$= \left[-\frac{1}{s+a} e^{-(s+a)t}\right]_0^\infty$

$L(e^{-at}) = 1/s+a.$

$L(e^{at}) = 1/s-a$ $\quad s-a > 0.$

proof : 2 $\quad L(\cosh at) = L\left(\dfrac{e^{at} + e^{-at}}{2}\right)$

$= 1/2\, L(e^{at}) + 1/2\, L(e^{-at})$

$= 1/2 \dfrac{1}{s-a} + 1/2 \dfrac{1}{s+a}$

$L(\cosh at) = \dfrac{s}{s^2 - a^2}$

$L(\sinh at) = \dfrac{s}{s^2 - a^2}$

Scanned by TapScanner

[illegible]: $L(t^n) = \dfrac{n!}{s^{n+1}}$ [illegible]

$$L(t^n) = \int_0^\infty e^{-st} t^n \, dt.$$

$st = x$ [illegible]

$dt = \frac{1}{s} dx.$

$$L(t^n) = \int_0^\infty \left(\frac{x}{s}\right)^n e^{-x} \, \frac{1}{s} dx$$

$$= \frac{1}{s^{n+1}} \int_0^\infty x^n e^{-x} dx$$

[illegible],

$$\int_0^\infty x^n e^{-x} dx = \int_0^\infty x^{n-1} e^{-x} dx$$

$$\int_0^\infty x^n e^{-x} dx = \int_0^\infty x^{n-1} e^{-x} dx$$

$$= n(n-1) \int_0^\infty x^{n-2} e^{-x} dx$$

$$= n(n-1) \cdots 2 \cdot 1 \int_0^\infty e^{-x} dx$$

$$= n(n-1) \cdots 2 \cdot 1 \left[e^{-x} \right]_0^\infty$$

$$= n(n-1) \cdots 2 \cdot 1$$

$$= n!$$

$$L(t^n) = \frac{n!}{s^{n+1}}$$

[illegible] : 3 $L(t) = 1/s^2$

$L(t^2) = 2/s^3$

$L(1) = 1/s$

கணக்குகள் :-

எடுத்துக்காட்டு : 1 $L(t^2+2t+3)$ -ஐ காண்க

தீர்வு : $L(t^2+2t+3) = L(t^2) + 2L(t) + 3L(1)$

$$= \frac{2}{s^3} + \frac{2}{s^2} + \frac{3}{s}$$

எடுத்துக்காட்டு : 2 Find $L(\sin^2 2t)$

தீர்வு : $L(\sin^2 2t) = L\left(\frac{1-\cos 4t}{2}\right)$

$$= \tfrac{1}{2}L(1) - \tfrac{1}{2}L(\cos 4t)$$

$$= \tfrac{1}{2}(1/s) - \tfrac{1}{2}\frac{s}{s^2+4^2}$$

$$= \tfrac{1}{2}\left(1/s - s/s^2+16\right)$$

$$= \frac{8}{s(s^2+16)}$$

எடுத்துக்காட்டு : 3 find $L(e^{-at}\sin bt)$

தீர்வு : $L(e^{-at}\sin bt) = \int_0^\infty e^{-at}\sin bt\, e^{-st}\,dt$

$$= \int_0^\infty e^{-(s+a)t}\sin bt\,dt$$

$$= \left[e^{-(s+a)t}\frac{-(s+a)\sin bt - b\cos bt}{(s+a)^2+b^2}\right]_0^\infty$$

$$= \frac{b}{(s+a)^2+b^2}$$

பொதுவாக $L\{e^{-at}f(t)\} = F(s+a)$

$F(s)$ என்பது $L\{f(t)\}$ ஆகும்.

தேற்றம் :4: $L\{f(t)\} = F(s)$ எனில் $L[f(at)] = \frac{1}{a} F\left(\frac{s}{a}\right)$

$$L\{f(at)\} = \int_0^{\infty} e^{-st} f(at)\, dt$$

$at = y$ எனப்பிரதியிட

$$= \frac{1}{a} \int_0^{\infty} e^{-sy/a} f(y)\, dy$$

$$= \frac{1}{a} F\left(\frac{s}{a}\right)$$

எடுத்துக்காட்டுகள்:

$$L(\cos at) = \frac{1}{a} F\left(\frac{s}{a}\right)$$

$$L(\cos t) = F(s) = \frac{s}{s^2+1}$$

$$L(\cos at) = \frac{1}{s} \frac{s/a}{\frac{s^2}{a^2}+1} = \frac{s}{s^2+a^2}$$

$$L(\sinh at) = \frac{1}{a} F\left(\frac{s}{a}\right)$$

$$L(\sinh t) = F(s) = \frac{1}{s^2-1}$$

$$L(\sinh at) = \frac{1}{a} \frac{1}{\frac{s^2}{a^2}-1} = \frac{a}{s^2-a^2}$$

$$L(1) = 1/s$$

$$L(e^{-at}) = 1/s+a$$

$$L(\cos bt) = \frac{s}{s^2+b^2}$$

$$L(e^{-at} \cos bt) = \frac{s+a}{(s+a)^2+b^2}$$

$$L(e^{-at} \cos bt) = \frac{s-a}{(s-a)^2+b^2}$$

Scanned by TapScanner

$$L(\sin bt) = \frac{b}{s^2+b^2}$$

$$L(e^{-at}\sin bt) = \frac{b}{(s+a)^2+b^2}$$

$$L(e^{at}\sin bt) = \frac{b}{(s-a)^2+b^2}$$

$$L(t^n) = \frac{n!}{s^{n+1}}$$ n [illegible]

$$L(e^{-at}t^n) = \frac{n!}{(s+a)^{n+1}}$$

$$L(e^{at}t^n) = \frac{n!}{(s-a)^{n+1}}$$

$$L(t\sin at) = L\left\{\frac{t(e^{ait}-e^{-ait})}{2i}\right\}$$

$$= \frac{1}{2i}\left\{L(te^{ait}) - L(te^{-ait})\right\}$$

$$= \frac{1}{2i}\left\{\frac{1}{(s-ai)^2} - \frac{1}{(s+ai)^2}\right\}$$

$$= \frac{1}{2i}\left\{\frac{(s+ai)^2-(s-ai)^2}{s^2+a^2}\right\}$$

$$= \frac{1}{2i}\frac{4sai}{(s^2+a^2)^2}$$

$$= \frac{2as}{(s^2+a^2)^2}$$

$$L(t^2\cos at) = L\left\{t^2\left(\frac{e^{at}+e^{-at}}{2}\right)\right\}$$

$$= \frac{1}{2}\left\{\frac{2}{(s-ai)^3} + \frac{2}{(s+ai)^3}\right\}$$

$$= \frac{(s+ai)^3 + (s-ai)^3}{(s^2+a^2)^2}$$

$$L(te^{-t}\sin t) = L(e^{-t}\, t\sin t)$$

$$= \frac{2(s+1)}{\{(s+1)^2+1^2\}^2} \qquad \therefore L(t\sin t) = \frac{2s}{(s^2+1)^2}$$

$$= \frac{2(s+1)}{(s^2+2s+2)^2}$$

அஸைன்மென்ட் கேள்விகள்

$a = 7$

1. $L(\sin 7t)$

$$L(\sin at) = \frac{a}{s^2+a^2} = \frac{7}{s^2+7^2}$$

2. $L(\sin\sqrt{10}t)$; $a = \sqrt{10}$

$$L(\sin at) = \frac{a}{s^2+a^2} = \frac{\sqrt{10}}{s^2+(\sqrt{10})^2} = \frac{\sqrt{10}}{s^2+10}$$

3. $L[\sin 3t \cos t] = L\left(\frac{\sin 4t + \sin 2t}{2}\right)$

$$= \frac{1}{2}L(\sin 4t) + \frac{1}{2}L(\sin 2t)$$

$$= \frac{1}{2}\left(\frac{4}{s^2+4}\right) + \frac{1}{2}\,\frac{2}{s^2+4}$$

$= \frac{1}{2}($ [illegible]

4. $L(\cos^4 t)$

$$\cos^4 t = (\cos^2 t)^2 = \left(\frac{1+\cos 2t}{2}\right)^2$$

$$= \frac{1}{4}\left[1+2\cos 2t + \cos^2 2t\right)$$

$$= \frac{1}{4}\left[1+2\cos 2t + \frac{1+\cos 4t}{2}\right]$$

$$= \frac{1}{4}\left[1+2\cos 2t + \frac{1}{2} + \frac{\cos 4t}{2}\right]$$

$$= \frac{1}{4}\left[\frac{3}{2} + 2\cos 2t + \frac{\cos 4t}{2}\right]$$

$$L[\cos^4 t] = \frac{1}{4}\left[\frac{3}{2} + 2\cos 2t + \frac{\cos 4t}{2}\right]$$

$$= \frac{1}{4}\left\{L\left(\frac{3}{2}\right) + L(2\cos 2t\} + L\left(\frac{\cos 4t}{2}\right]\right\}$$

$$= \frac{1}{4}\left\{\frac{3}{2s} + 2\frac{s}{s^2+4} + \frac{1}{2}\frac{s}{s^2+16}\right]$$

5. $L[7e^{2t} + 9e^{-2t} + 5\cos t + 7t^3 + 5\sin 3t + 2)$

$$= L[7e^{2t}) + L(9e^{-2t}) + L(5\cos t) + L(7t^3) +$$
$$L(5\sin 3t) + L(2)$$

$$= \frac{7}{s-2} + \frac{9}{s+2} + 5\frac{s}{s^2+1} + 7\frac{3!}{s^4} + 5\frac{3}{s^2+9} + \frac{2}{s}.$$

6. $L((t+1)^2] = L(t+1)^2$

$$= L(t^2+2t+1).$$

$$= L(t^2) + L(2t) + L(1)$$

$$= \frac{2}{s^3} + 2\frac{1}{s^2} + \frac{1}{s}$$

$$= \frac{2+2s+s^2}{s^3}$$

7. $L(\cosh at + \sinh 2t + t^3)$

$= L(\cosh at) + L(\sinh 2t) + L(t^3)$

$= \frac{s}{s^2-a^2} + \frac{2}{s^2+4} + \frac{3!}{s^4}$

8. $L[t^2 + e^{-5t} + 8 + \sinh 5t]$

$= L(t^2) + L(e^{-5t}) + L(8) + L(\sinh 5t]$

$= \frac{2!}{s^3} + \frac{1}{s+5} + \frac{8}{s} + \frac{5}{s^2-25}$

Scanned by TapScanner