

Unit-I

Association of Attributes (two attributes), Nine square table types of Association, Methods of studying association yule's CO-efficient of association Definitions and problems.

Unit-II

Simple correlation - Definition and types of correlation - Methods of studying correlation - Scatter diagram, Karl Pearson's CO-efficient of correlation, Spearman's rank correlation coefficient and simple Linear regression analysis (problems).

Unit-III

Time series - concept and definition, components of time series - secular trend, seasonal variation, cyclic variation and irregular variation. Measurement of Trend only by the method of moving average and method of least square.

Unit-IV

Testing of hypothesis - Definition of hypothesis - null hypothesis and alternative hypothesis, standard error, level of significance, critical region, parameters and statistics. Type I and Type II errors, one tailed and two tailed tests, Test procedure.

Unit-V

Large sample test - Test for single mean and difference between two means. Test for single proportion and difference between proportions - procedure and problems small sample tests - chi-square test for independence of attributes (two attributes only), 't' test for single mean, difference between two means and paired 't' test (procedure and problems)

பண்புகளின் சேர்க்கை : [ASSOCIATION OF ATTRIBUTES]

இரண்டு பண்புகள் தனித்தனியே காணப்படுவதைக் காட்டிலும் அதிகமான எண்ணிக்கை சேர்ந்து காணப்படலால் அவற்றிற்கிடையே சேர்க்கை உண்டு என அறிகிறோம்.

உள் தொடர்பு என்பது அளவாதீதகீக இரண்டு மாறிகளுக்கிடையே மூன்றின் மாற்றம்மற்ற மாறியில் ஏந்த அளவாக்கு மாற்றத்தை ஏற்படுத்துகின்றது. என்பதை அளவாவதற்கும். ஆனால் அளவாட முடியாத பண்புகள் அதேசமயம் எண்ணத்தகீக பண்புகளின் சேர்க்கையை இங்கு காண முயல்கிறோம். பண்பு விவரங்களை முகல் முதலாகப் படுத்துக் கொள்ள வேண்டும். ஒரு பண்பை அறிய முணாந்தால் அவற்றை கிடு படுகிகளாக பரிசீலனாம்.

எடுத்துக்காட்டு :

கந்தோரி கலீவாதவரி என்ற பண்பை எடுத்துக் கொள்கோம். இதனை மேலும் சில பண்புகளால் அடிப்படைலால் படுப்பதனால் கந்தோரில் ஆண்பு - பெண்பு என்று மேலும் படுக்கலாம்.

கிறியீடுகலாம் எலால் விளக்கங்களும் (A) 92 Table (B) 9 சதுர படலலால்

வடுப்புகளையும் அலாவெண்களையும் கிறிகீகிம் வகையல் சில கிறியீடுகளை பயன்படுத்துகிறோம்.

* A, B, C ஒரு பண்பு இடுப்பதைக் கிறிப்பன.

* α, β, γ ஒரு பண்பு இலீலாமையைக் கிறிப்பன.

* A ஆலவரைக் கிறித்தலால் α என்பது பெண்டுகரைக் கிறிகீகிம். B படித்தலரைக் கிறித்தலால் β படிக்காதலரைக் கிறிகீகிம். அடிபடியானால் (AB) ஆலவாரில் படித்தலர். ($\alpha\beta$) பெண்களில் படியாதலர். மூவ்வொரு வடுப்பலும் எத்தனை போர் உண்டு என்பதைக் கிறிப்பது அலாவெண்களாகிம். (class frequency) படித்த ஆலரி 50 போர்கள் என்றால் (AB=50) எனக்கிறிக்கின்றோம். (A) என்பது இங்கு ஆலவர் எண்ணிக்கையை கிறிப்புவதற்கும்.

(AB) என்பது இடு பண்புகள், அதாவது ஆட்வர்டி படித்தவரைக் கிறிக்கிறது வகிப்பு குறியீடுகளை அடையுங்கள் போடுகிறோம்

N-0 வரிசை அடையுங்கள்

(A) (B) }
 (α) (β) } இடம் வரிசை அடையுங்கள்

(AB) (AB) }
 (αB) (αB) } இரண்டாம் வரிசை அடையுங்கள்

ஒரு பண்புகள் அடையுங்கள் $3^1 = 3$

இடு பண்புகள் மொத்த அடையுங்கள் $3^2 = 9$

n பண்புகள்க்கி மொத்த அடையுங்கள் 3^n

$N = (A) + (\alpha)$
 $(A) = (AB) + (AB)$
 $(\alpha) = (\alpha B) + (\alpha)$ } கிறுதி வகிப்பு அடையுங்கள்

	A	α	T0
B	(AB)	(αB)	(B)
β	(AB)	(αβ)	(β)
T0	(A)	(α)	N

$N = (B) + (\beta)$

$N = (AB) + (\alpha B) + (AB) + (\alpha\beta)$

$A = (AB) + (AB)$

$\alpha = (\alpha B) + (\alpha\beta)$

$B = (AB) + (\alpha B)$

$\beta = (AB) + (\alpha\beta)$

$AB = B - \alpha B \quad \alpha B = B - AB$

$AB = \beta - \alpha\beta \quad \alpha\beta = \beta - AB$

1. பின்வரும் விவரங்களை வைத்துக் கொண்டு கீழ்க்கண்ட சிலைவெண்களைக் காண்க .

$$AB = 50, A = 150, N = 500, B = 300$$

செய்துரை:

பின்பு சதுரப்படையல் அமைத்து பிரதியிடவும்.

	A	α	Total
B	(AB)	(αB)	(B)
β	(AB)	(αB)	(B)
Total	(A)	(α)	N

50	?	300
?	?	?
150	?	500

$$\alpha B = (B) - (AB) = 50 - 300 = 250$$

$$AB = (A) - (AB) = 150 - 50 = 100$$

$$\beta = N - (B) = 500 - 300 = 200$$

$$\alpha\beta = (\beta) - (\alpha\beta) = 200 - 100 = 100$$

$$\alpha = (\alpha\beta) - (\alpha\beta) = 250 + 100 = 350$$

	A	α	மொத்தம்
B	50	250	300
β	100	100	200
மொத்தம்	150	350	500

பண்புகளின் சேர்க்கை அறியும் முறைகள் :

- * கணக்கிடப்பட அல்லவென, எதிர்பார்க்கும் அல்லவென வேறுபாட்டு முறை.
- * விகிதாச்சார முறை.
- * யூஸின் சேர்க்கை கெடு.

பண்புகளிட அல்லவென, எதிர்பார்க்கும் அல்லவென வேறுபாட்டு முறை.

Comparison of observed and Expected frequencies Method)

நாம் கணக்கிட அல்லவென்களை எதிர்பார்க்கும் அல்லவென்களுக்கு ஏற்றமாக இடுந்தால் இது பண்புகளும் தனிப்பட்டவை; சேர்க்கை உறவு கொண்டவை அல்ல. கணக்கிட அல்லவென்கள் எதிர்பார்க்கும் அல்லவென்களைவிட அதிகமாக இடுந்தால் பண்புகள் சேர் உறவு உடையவை. உண்மை அல்லவென்கள் எதிர்பார்க்கும் அல்லவென்களை விடக் குறைவாக இடுந்தால் பண்புகள் சேர் உறவு உடையவை.

1) $(AB) = \frac{(A) \times (B)}{N}$ எனில் தனித்தன்மை (Independent)

2) $(AB) > \frac{(A) \times (B)}{N}$ எனில் சேர் உறவு உடையவை (positive association)

3) $(AB) < \frac{(A) \times (B)}{N}$ எனில் சேர் உறவு உடையவை. (Negative association)

* பின்வரும் வடிவங்களிலிருந்து சேர்க்கையை காண்க.

A = 100 AB = 40 B = 60 N = 200

50) எதிர்பார்ப்பு $(AB) = \frac{100 \times 60}{200} = 30$

கொடுக்கப்பட்டது $(AB) = 40$

	A	α	Total
B	(AB)	(αB)	(B)
β	(A β)	($\alpha\beta$)	(β)
Total	(A)	(α)	(N)

40	?	60
?	?	?
100	?	200

$$\alpha B = B - AB = 60 - 40 = 20$$

$$\beta = N - B = 200 - 60 = 140$$

$$\alpha = N - A = 200 - 100 = 100$$

$$A\beta = A - AB = 100 - 40 = 60$$

$$\alpha\beta = \alpha - \alpha B = 100 - 20 = 80$$

	A	α	Total
B	40	20	60
β	60	80	140
Total	100	100	200

$$AB > \frac{(A) \times (B)}{N}$$

$$40 > \frac{100 \times 60}{200}$$

$$40 > \frac{6000}{200}$$

40 > 30 (ഭൂമി ഉറപ്പു ഉറപ്പായ)

ii) வகிதாசீஸார முறை

* இடு பண்புகள் ஒன்று போலொன்று சீரீகை உறவு அற்றவை என்று சொல்லுமா? பின்வரும் வகிதம் சமமாக இருக்க வேண்டும்.

$$\frac{(AB)}{(B)} = \frac{(AB)}{(B)} \text{ சரித்தண்டம்}$$

$$\frac{(AB)}{(B)} > \frac{(AB)}{(B)} \text{ நேர் உறவு உடையவை}$$

$$\frac{(AB)}{(B)} < \frac{(AB)}{(B)} \text{ எதிர் உறவு உடையவை.}$$

problem

* ஒரு படபுனத்தில் உள்ள படித்தவர் தொகை 5,00,000 சிறுவாஸிகளின் எண்ணிக்கை 2000. படிக்காத 5000 பேர்களில் 80,000 பேர் சிறுவாஸிகள். சிறு விபரங்களில் இடுத்து படிக்காமல்கிடீ. சிறீதண்டம்மக்திம் உறவு உண்டா எனக்காண்க.

A = படிபாதவர்கள் B = சிறுவாஸிகள்
 α = படித்தவர்கள் β = சிறுமற்றவர்கள்

$$\frac{(AB)}{B} \times 100 = \frac{8000}{200,000} = 40$$

$$\frac{\alpha B}{(\alpha)} \times 100 = \frac{2000}{5,00,000} \times 100 = 0.404$$

இங்கி, $\frac{(AB)}{(A)} > \frac{(\alpha B)}{(\alpha)}$ ∴ இடுபண்புகளும் நேர் உறவு உடையவை.

$$40 > 0.404$$

$$\frac{AB}{B} > \frac{\alpha B}{\alpha} \text{ நேர் உறவு}$$

*யூவினீ சேர்க்கைக் கெடு

[Yule's co-efficient of Association]

யூவினீ சேர்க்கைக் கெடு முறை என்பது மிகவும் சிறப்பானது ஆகும். உறவின தன்மையையும், அளவையும் வுருங்கே தெரிவாக்கிம் முறையாகிம். இது காட்லீயர் சூய்டை தொடரீபுக் கெடுவைப் போன்றது. இதன் மதிப்பு -1 விடுந்து +1 வரை இருக்கிம். இம்மதிப்பை உனக் குறிப்புகிடுறாமி.

$R = +1$ முழுமையான நேர்மையான சேர்க்கையுடையது

$R = -1$ முழுமையான எதிர்மையான சேர்க்கையுடையது.

$R = 0$ இது பண்புகளும் தனித்தவை

$$R = \frac{(AB)(\alpha B) - (A\beta)(\alpha B)}{(AB)(\alpha B) + (A\beta)(\alpha B)}$$

problem

உதாரணமான தந்தையர்களும், பிள்ளைகளின் வயதங்களும் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள இவற்றில் இருந்து தந்தை மகன்களிடம் உள்ள உதாரணத்திற்க்கிடையே உள்ள தொடர்பைக் காண்க.

உதாரண தனமான தந்தை மகன் = $\overset{AB}{327}$

சிக்கலான தந்தையும் உதாரண மகன் = $\overset{\alpha B}{741}$

உதாரண தனமான தந்தை, சிக்கலான மகன் = $\overset{AB}{545}$

சிக்கலான தந்தையும், சிக்கலான மகன் = $\overset{\alpha B}{234}$

Solution

$A =$ உதாரணத்தனமான தந்தை $B =$ உதாரணத்தனமான மகன்

$\alpha =$ சிக்கலான தந்தை $\beta =$ சிக்கலான மகன்

$$AB = 327$$

$$\alpha B = 741$$

$$A\beta = 545$$

$$\alpha\beta = 234$$

$$Q = \frac{(AB)(\alpha\beta) - (A\beta)(\alpha B)}{(AB)(\alpha\beta) + (A\beta)(\alpha B)}$$

$$= \frac{(327)(234) - (545)(741)}{(327)(234) + (545)(741)}$$

$$= \frac{76518 - 403845}{76518 + 403845}$$

$$= \frac{-327,327}{480,363}$$

$$= -0.681 \text{ (எதிர் உறவு இறை)}$$

* ஒரு தேர்வில் 2000 பேர் எடுதியில் 600 பேர் வெற்றி பெற்றனர். 350 பேர் பயிற்சி வகுப்பில் சேர்ந்து படித்தவர்கள். இவற்றில் 200 பேர்கள் வெற்றி பெற்றனர். இதன் மீதம் பயிற்சி வகுப்பின் பயன்பாட்டை அறிக.

A = தேர்ச்சி பெற்றவர்

B = பயிற்சி வகுப்பில் தேர்ச்சி பெற்றவர்

α = தேர்ச்சி பெறாதவர்

β = பயிற்சி வகுப்பில் தேர்ச்சி பெறாதவர்

$$N = 2000 \quad A = 600 \quad B = 350 \quad AB = 200$$

	A	α	Total
B	200	150	350
β	400	1250	1650
Total	600	1400	2000

$$= \frac{(AB)(\alpha\beta) - (A\beta)(\alpha B)}{(AB)(\alpha\beta) + (A\beta)(\alpha B)}$$

$$= \frac{(200)(1250) - (400)(150)}{(200)(1250) + (400)(150)}$$

$$= \frac{250000 - 60000}{250000 + 60000}$$

$$= \frac{190000}{310000}$$

$$= 0.6129$$

$\therefore = 0.6129$ (8% ന്റെ ഏകദേശം)

I உன் தொடர்பு (Correlation)

ஒரு மாறியின் மதிப்பில் மாற்றம் ஏற்படுகின்ற போது அதோடு தொடர்புள்ள மற்றொரு மாறியின் மதிப்பிலும் மாற்றம் ஏற்பட்டால், அவ்வாறு மாறிகளுக்கும் இடையே உன் தொடர்பு (அ) இடையறவு உள்ளது என்று கூறலாம். இதனை சூட்டுறவு என்றும் கூறுவர்.

(எகா)

பத்து நம்பதிகளின் வயதின் சீரகரித்தல், கணவனின் வயது அக்கமாயிடுந்தால் மனைவியின் வயது அதிகமாக இருக்கும்.

II உன் தொடர்பின் வகைகள்

உன் தொடர்பின் இயல்பினை சூட்டு அநனை கீழ்க்கண்ட இறையல் வகைபடுத்தி வளக்கலாம்.

i) சீரரிடை எதிரிடை உன் தொடர்பு

[Positive and negative correlation]

* இரண்டு மாறிகளின் மதிப்புகளில் ஏற்படுகின்ற மாற்றம் சூடு திசையில் நடைபெற்றால் அநனை சீரரிடை உன் தொடர்பு என்கிறோம். அதாவது ஒரு மாறியின் மதிப்புகள் அதிகரிக்கின்றபோது மற்ற மாறியின் மதிப்புகளும் அதிகரிக்க சேண்டும் அதே போன்று சூடு மாறியின் மதிப்புகள் குறைகின்ற போது மற்ற மாறியின் மதிப்புகளும் குறைவ சேண்டும்.

எகா :

வடுவாய்க்கும் சலவுக்கிடுள்ள உன் தொடர்பு சீரரிடையாகும். ஏனெனில் வடுவாய் அதிகரிக்கின்றபோது அதிக சலவு செய்வார்கள். அதே போன்று குறைவான வருமானம் உள்ளவர்கள் குறைவான சலவு செய்வார். மேலும் பொருட்களின் விலைக்கும், அளிப்புக்கும் இடையே உள்ள உன் தொடர்பு சீரரிடையாகும். விலை கூடுதலால் அளிப்பு கூடும். விலை குறைந்தால் அளிப்பு குறையும்.

* இரண்டு மாறிகளின் மதிப்பீடு ஏற்படுகின்ற மாற்றம் வெவ்வேறு திசையில் ஒரேபட்டால் அதனை எதிரிடை உன் தொட்பு என்கிறோம். அதாவது ஒரு மாறியின் மதிப்புகள் அதிகரிக்கின்றபோது மற்றொரு மாறியின் மதிப்புகள் குறையும். அதே போன்று ஒரு மாறியின் மதிப்பு குறைகின்றபோது மற்றொரு மாறியின் மதிப்பு அதிகரிக்கும்.

III உன் தொட்பினை அறியும் முறைகள் :

* உன் தொட்பினை அறிவதற்குள் அளவடுவதற்குள் பல முறைகள் பயன்படுகின்றன. அவைகள் கீழே தரப்பட்டுள்ளன.

- i) சிதறல் வளைக்கப்படும்
- ii) வரைபடம்
- iii) கால்பியர்சனின் உன் தொட்பு கெடு
- iv) தரவரிசை உன் தொட்பு கெடு
- v) உனிகழ் வலக்க கெடு

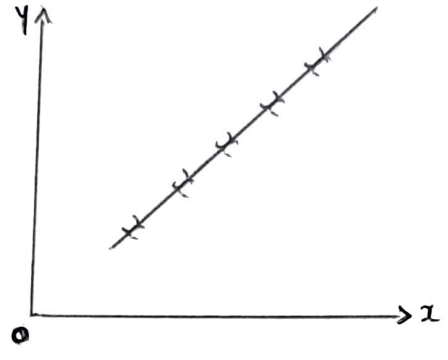
மேற்காணும் முறைகளில் முதல் இடுமுறைகளும் வளைக்கப்படல்கள் (i) வரைபடங்கள் மூலம் உன் தொட்பினை அளவதற்கும் மற்ற மூன்று முறைகளும் கணித முறைகளாகும். இவை அணுகுதலும் வளைக்கமாக தினிக் காண்போம்.

i) சிதறல் வளைக்கப்படும் (Scatter diagram)

* இரண்டு மாறிகளுக்கிடையே அமைந்துள்ள உன் தொட்பினை அறிய பயன்படும் முறைகளில் சிதறல் வளைக்கப்பட முறை மிகவும் எளிதமயானது. இங்கு ஒரு மாறியின் மதிப்பை x-அச்சிலும் மற்றொரு மாறியின் மதிப்பை y அச்சிலும் எடுத்து கொள்ள வேண்டும். ஒவ்வொரு x மதிப்புக்கும் இணையான y-மதிப்பினை வரைபடத்தில் புள்ளிகளாக திறிக்க கிடக்கும் வரைபடமே சிதறல் வளைக்கப்படும் ஆகும்.

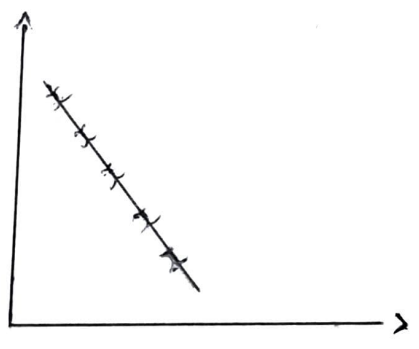
இப்புள்ளிகளின் அமைப்பை கொண்டு இடு மாறிகளுக்கிடையே உள்ள உன் தொட்பின் தன்மையை அறிந்து கொள்ளலாம்.

i) சிதறலீ விளக்கப்படத்தீ(scatter diagram) புள்ளிகளீ கீழிடுந்து மேலீ நோக்கீ இடமிடுந்து வலமாக செல்வூம் நோர்கோடாக அமைய பெற்றிடுந்தால் அநமறி கடுகநிலையு உள்ள உடன் தொடரீயு இடுமையான நோரிடல உடன் தொடரீயு ஆகிட. உடன் தொடரீயு தெடு ($r = +1$)



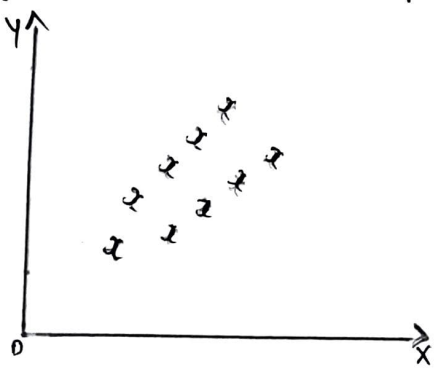
இடுமையான நோரிடல
உடன் தொடரீயு

ii) இப்புள்ளிகளினி அமையு மேலிடுந்து கீழீ நோக்கீ இடமிடுந்து வலமாக செல்வூம் நோர்கோடாக இடுப்பான் உடன் தொடரீயு இடுமையான எதிரிடல ஆகிட. ($r = -1$)



இடுமையான எதிரிடல
உடன் தொடரீயு

iii) இப்புள்ளிகளினி அமையு ஆடு நோர்கோடாக இல்லாமல் கீழிடுந்து மேலீ நோக்கீ இடமிடுந்து வலமாக மிகவும் செறிந்து காண்புடலால் அதிகமான எதிரிடல உடன் தொடரீயாகிடீ. (r -ன் மதிப்பு 1-ஐ வட ஁ற்று கிறையாக இடுக்கிடீ).

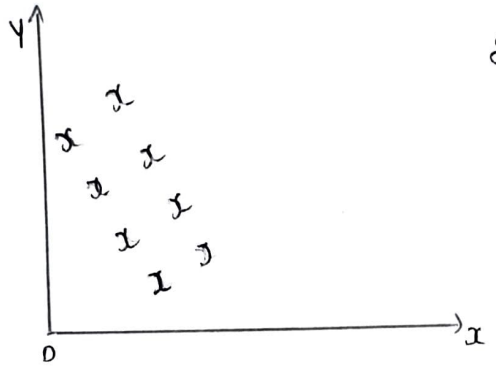


அதிகமான நோரிடல
உடன் தொடரீயு

iv) சிதறலீ விளக்கபுடத்தீயுள்ள புள்ளிகளீ ஆடு நோர்கோடாக இல்லாமல் மேலிடுந்து கீழீநோக்கீ இடமிடுந்து வலமாக மிகவும் செறிந்து காண்புடலால் அதிகமாக எதிரிடல உடன் தொடரீயாகிடீ. (r இன் மதிப்பு 1-ஐ வட ஁ற்று அதிகமாக

அதிகமான எதிரிகட

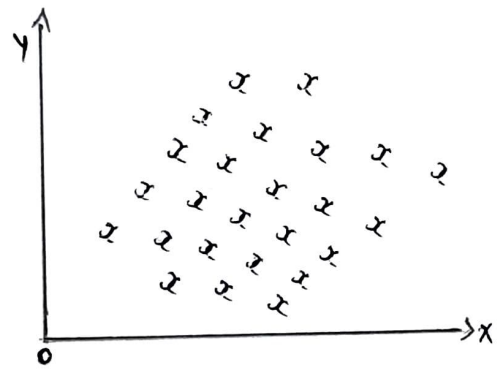
உன் தொடர்பு



v) இப்புள்ளிகளின் அமைப்பு கிடமிருந்து வலமாக கீழிருந்து மேல்நோக்கி ஆராய்வு செயற்கு காணப்படலால் கிறைவான நேரிடை உன் தொடர்பாகும். (r-ன் மதிப்பு 0ஐ வட சற்று அதிகமாக இருக்கும்).

கிறைவான நேரிடை

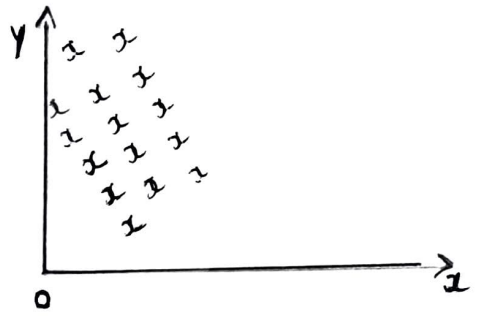
உன் தொடர்பு



vi) இப்புள்ளிகளின் அமைப்பு கிடமிருந்து வலமாக மேலிருந்து கீழ்நோக்கி ஆராய்வு செயற்கு காணப்படலால் கிறைவான எதிரிகட உன் தொடர்பாகும். (r-ன் மதிப்பு 0ஐ வட சற்று கிறைவாக இருக்கும்).

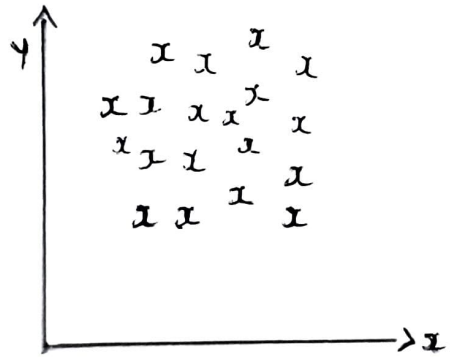
கிறைவான எதிரிகட

உன் தொடர்பு



vii) இப்புள்ளிகள் எவ்வகை பொதுவான போக்கினையும் காட்பாது நூற்புறமும் மிகவும் சிதறி காணப்படலால் இடுமறிகளுக்கிம் இடையல் உன் தொடர்பு இல்லை (r=0)

தொடர்பற்றவை



சிறப்புகள் :-

- * கிடு ஡ாறிகறக்கிடைய ஁ள்ள ஁டன் ஡றாடர்பின் தன்கை (ம) ஁ளவண ஁றியும் ஡ிக ஁ளிய ஡றையாகி஡ீ.
- * கணக்கிட ஁ண்டிய சிரமம் கில்லை.
- * ஁டன் ஡றாடர்பு கிடுகின்றதா (஁) கில்லையா ஁ண்பகை ஁டனடியா ஁றிய ஁ற்ற ஡றையாகி஡ீ.
- * ஡ிகவும் கடிய (஁) கிறைந்த ஡திப்புக்களால் சிதறல் விளக்கப்படம் ஡ாதிக்கப் -படுவதில்லை.

கிறைக்கறம் :-

- * கிது ஁டு தூல்யி஡ான ஡றை ஁ல்ல
- * கி஡்஡றையில் ஁டன் ஡றாடர்பின் ஡திப்பை தரியாக ஁ளவட ஡டியாகு.

கார்ட்஡ியர்சானிளி ஁ன்஡றாடர்பு கெடு

[Karl Pearson's Co-efficient of Correlation]

* கிது ஁டு கணிக ஡றையாகி஡ீ. ஁டன் ஡றாடர்பிணை கணக்கிடுவதற்கி கி஡்஡றை ஡ிகவும் ஡ண்படுகிறது. கி஡்஡றையில் கிரண்டு ஡ாறிகறக்கிடையுள்ள ஁டன் ஡றாடர்பிணை தூல்யி஡ாக ஁ளவடடு கார்ட்஡ியர்சானிளி ஁ன்஡றாடர்புக் கெடுவன் ஡ே஡ீ கற ஡டியு஡ீ.

* கார்ட்஡ியர்சானிளி ஁ன்஡றாடர்புக் கெடு 'r' ஁ன்ற ஁டுந்தால் கிறிக்கப்பெழு஡ீ. கணக்கிடுப்படுகின்ற r-ன் ஡திப்பு ஁ப்பாதும் -1 க்கி஡ீ +1 க்கி஡ீ கிடைய கிடுக்கி஡ீ.

- * r ஁ன் ஡திப்பு +1 ஁ன்றால் ஡ு஡ையான தோகை ஁ன்஡றாடர்பு க்கி஡ீ.
- * r ஁ன் ஡திப்பு 0 க்கி஡ீ +1 க்கி஡ீ கிடைய கிடுப்பன் தோகை ஁ன்஡றாடர்பு க்கி஡ீ.
- * r ஁ன் ஡திப்பு -1 ஁னால் ஡ு஡ையான ஁திரிகை ஁ன்஡றாடர்பு.
- * r ஁ன் ஡திப்பு -1 க்கி஡ீ 0 க்கி஡ீ கிடையில் கிடுந்தால் ஁திரிகை ஁ன்஡றாடர்பு

* ரன் மதிப்பு 0 ஆனால் உன் தொடர்பு இல்லை.

$$r = \frac{\sum (x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sqrt{\sum (x - \bar{x})^2 \sum (y - \bar{y})^2}}$$

Problem

* பின்வரும் வடிவங்களுக்கு கார்ப்பியர்சனின் உன் தொடர்பு கெழு காண்க.

உண்	22	24	26	28	30	32	34	36	38	40
நீதண்	60	58	58	50	48	48	48	42	36	32

Solution:

x	y	(x - \bar{x}) $\bar{x} = 31$	(y - \bar{y}) $\bar{y} = 48$	(x - \bar{x}) ²	(y - \bar{y}) ²	(x - \bar{x})(y - \bar{y})
22	60	-9	12	81	144	-108
24	58	-7	10	49	100	-70
26	58	-5	10	25	100	-50
28	50	-3	2	9	4	-6
30	48	-1	0	1	0	0
32	48	+1	0	1	0	0
34	48	+3	0	9	0	0
36	42	+5	-6	25	36	-30
38	36	+7	-12	49	144	-84
40	32	9	-16	81	256	-144
310	480	0	0	330	784	-492

$$r = \frac{\sum (x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sqrt{\sum (x - \bar{x})^2 \sum (y - \bar{y})^2}}$$

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{310}{10} = 31, \quad \bar{y} = \frac{\sum y}{n} = \frac{480}{10} = 48$$

$\bar{x} = 31, \bar{y} = 48$

$$r = \frac{\sum (x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sqrt{\sum (x - \bar{x})^2 \sum (y - \bar{y})^2}}$$

$$= \frac{-492}{\sqrt{(330)(784)}} \Rightarrow \frac{-492}{\sqrt{258720}} \Rightarrow \frac{-492}{508.645}$$

$= -0.96$ (எதிர்மறை உடன் தொடர்பு)

கார்பீமயசனின் உடன் தொடர்பு கெடுவின் சிறப்புகளும் கிறறபாடுகளும்.

சிறப்புகள் :

- * இது மிகவும் தூல்வியமான கணக்கியல் கிறறயாதிமீ.
- * ஒரு துணிப்படல எண்ணின் சூயமீ (என் மதிப்பு) உடன் தொடர்பின் சீபாக்கிணயும் அளவணயும் அறிந்து வட ிடியும்.
- * பொருளியியல் அறிவியல் ஆகிய பல துறைகளியும் ஆய்வுக்கி பயன்படுகிறது.
- * ஊக மறை (probable error) ஁ற்றும் தீர்மான கெடு (co-efficient of determination) ஆகியவைகளை கண பயன்படுகிறது.

கிறறகள் :

- * கிறறண கணக்கிடுவது மிகவும் கடினமாதிமீ.
- * கணக்கிடுவதற்கி அதிக சீறமீ சீறவைப்படுகிறது.
- * மாறிகள் சீறர்கோட்டு உடன் தொடர்பிணை கெண்டிடுக்கிண்டிண. ஁ன்ற எடுகோவின் அடிப்படையில் இது கணக்கிடிப்படுகிறது. நடைகிறறயில் பயமாறிகள் சீறர்கோட்டு உடன் தொடர்பிணை கெண்டிடுப்பதில்லை.
- * தொடிதியியுள்ள மிகப்பெரிய (அ) மிகச் சிறிய மதிப்புகளால் உடன் தொடர்பு கெடுவின் மதிப்பு பாதிக்கப்படுகின்றது.

ஸ்பியர்மான் தரவரிசை உள் தொடர்புக் கெடு: (Spearman's Rank Correlation Co-efficient)

* தரவரிசை உள் தொடர்புக் கெடுவண அறிமுகப்படுத்தியவர் ஸ்பயர்மான் என்பவராவார்.

* கிம்மொறயில் மாறிகளின் மதிப்புகள்கீடு பகியாக அவற்றின் தரங்கள் அவ்வது மதிப்பிடங்கள் பயன்படுத்தப்படும்.

கீடியும் அழகி பண்பு, சூணம் ஆகிய தன்மை (அ) பண்பளவைகளை தரங்களை பயன்படுத்தி வரிசைப்படுத்தி கூறமுடியும்.

* $r_s = +1$ எனில் அவை இற்றியும் சூர் உள் தொடர்பு உடையன

* $r_s = -1$ எனில் அவை இற்றியும் சூரிர் உள் தொடர்பு உடையன.

* $r_s = 0$ எனில் மதிப்பு 0 ஆகும் +1 க்கும் கிடையில் கிடப்பின் அவை சூரணை உள் தொடர்பு கொண்டவை.

* $r_s = -1$ எனில் மதிப்பு -1 க்கும் கிடையில் கிடப்பின் அவை சூரிசை உள் தொடர்பு உடையன.

* $r_s = 0$ எனில் மதிப்பு 0 எனில் அவையிரண்டும் உள் தொடர்பற்றவை.

∴ ஸ்பயர்மான் உள் தொடர்புக் கெடுவண கணக்கிடும் இறை: கீத்திரம்

$$r_s = 1 - \frac{6 \sum D^2}{n^3 - n} \quad (\text{or})$$

$$r_s = 1 - \frac{6 \sum D^2}{n(n^2 - 1)}$$

இதில் $D = R_1 - R_2$. R_1 என்பது இதுல் மாறியின் மாறியின் மதிப்பிடங்கள் அவ்வது தரங்கள்.

R_2 என்பது கிரண்பாம் மாறியின் மதிப்பிடங்கள் அவ்வது தரங்கள்.

n என்பது கொடுக்கப்படுகின்ற ஜககுகளின் சூணிக்கை' பின்வருமீ மாறிக் இதுண வளக்கீடு.

Problem:

இரண்டு நீதிபதிகள் 10 திரைப்படங்களுக்கு அளித்த வரிசை எண்கள் தரப்பட்டுள்ளன. அவ்வரண்டு நீதிபதிகளின் இரசிப்பு தன்மைகளின் உடல் தொடர்பினை கண்டறிக.

நீதிபதி I	8	6	1	2	10	7	5	3	4	9
நீதிபதி II	5	4	3	2	8	9	6	1	7	10

Solution:

$$r_s = 1 - \frac{6 \sum d^2}{n^3 - n}$$

$$n = 10, \quad n^3 = n \times n \times n$$

$$n^3 = 1000$$

R ₁	R ₂	D = R ₁ - R ₂	D ²
8	5	3	9
6	4	2	4
1	3	-2	4
2	2	0	0
10	8	2	4
7	9	-2	4
5	6	-1	1
3	1	2	4
4	7	-3	9
9	10	-1	1

$$\sum d^2 = 40$$

$$r_s = 1 - \frac{6 \sum d^2}{n^3 - n}$$

$$= 1 - \frac{6 \times 40}{1000 - 10}$$

$$= 1 - \frac{240}{990}$$

$$= 1 - 24/99 = 1 - 0.24$$

$$= +0.76$$

விடை:

இரண்டு நீதிபதிகளின் இரசப்புத் தன்னை வரையு பேரடியானது.

ஸ்பியர்மான்னி தரவரிசை உன்வதாபர்பன் சிறப்புக்களம் கிறையாடுகளம்:

சிறப்புகள் :-

1. கார்வ்பியர்சன் உன்வதாபர்புக் கெடுவணை விட ஸ்பியர்மேனின் தரவரிசை உன்வதாபர்புக் கெடுவணை கணக்கிடுவது ஂளிது.

2. தரவரிசை கெடுக்கப்பட்டிருந்தால் இம்முறைதான் பயன்படுமீ.

3. தன்மைகள் , அழகி போன்ற பண்பளவைகள் தொடர்பாண உன்வதாபர்பிணை அறிய இம்முறை ஏற்றது.

கிறையாடுகள் :-

1. கெடுக்கப்பட்ட ஜாதககளின் ஂண்ணிக்கை அறிகமாக இடுப்பன் கணக்கிடுவது சிரமமீ.

2. இரண்டு மாறிகளம் அலைவெண் பரவலாக கெடுக்கப்பட்டிருந்தால் இம்முறை பயன்படாது.

எளிய தொடர்பு போக்கி (Simple Linear Regression) :

* எளிய தொடர்பு போக்கி என்பது இரண்டு மாறிகளை மட்டுமே ஆய்கின்ற தொடர்பு போக்கி சாதாரண தொடர்பு போக்கி அல்லது எளிய தொடர்பு போக்கி (Simple Linear Regression ஆகும்).

Problem:

கீழ்க்கண்ட விவரங்கள் பத்து கணவன் மார்களுக்கு உயரங்களையும் அவர்களுக்கே மனைவியரிடம் பற்றியும் கீழ்க்கண்ட தொடர்பு போக்கி போடப்படுகின்றன. கண்டுபிடிக்கவும் அவர்களை பயன்படுத்தி மனைவியின் உயரம் 30 என்றால் கணவனின் உயரையும்; கணவனின் உயரம் 25 என்றால் மனைவியின் உயரையும் மதிப்பிடுக.

கணவனின் உயரம் (x)	22	23	23	24	26	27	27	28	30	30
மனைவியின் உயரம் (y)	18	20	21	20	21	22	23	24	25	26

தெரிந்தால்:

கணவனின் உயரம் x, மனைவியின் உயரம் y எனக் கொள்வோம்.

y இல் x இன் தொடர்பு போக்கி கோடு

$$(x - \bar{x} = b_{xy} (y - \bar{y}))$$

$$b_{xy} = \frac{\sum xy}{\sum y^2}$$

x இல் y இன் தொடர்பு போக்கி கோடு

$$b_{yx} = \frac{\sum xy}{\sum x^2}$$

Solution:

$$\bar{x} = \frac{\sum X}{n} = \frac{260}{10} = 26 \quad y = \frac{\sum Y}{n} = \frac{220}{10} = 22$$

X	$x = x - \bar{x}$	x^2	Y	$y = y - \bar{y}$	y^2	XY
22	-4	16	18	-4	16	16
23	-3	9	20	-2	4	6
23	-3	9	21	-1	1	3
24	-2	4	20	-2	4	4
26	0	0	21	-1	1	0
27	1	1	22	0	0	0
27	1	1	23	1	1	1
28	2	4	24	2	4	4
30	4	16	25	3	9	12
30	4	16	26	4	16	16
260	0	76	220	0	56	52

$$n = 10$$

$$b_{xy} = \frac{\sum xy}{\sum y^2}$$

$$= \frac{62}{56} = 1.11$$

$$b_{yx} = \frac{\sum xy}{\sum x^2}$$

$$= \frac{62}{76} = 0.82$$

Y-ஐ X-ஐக் கொண்டு நேரப்பெயர்வு மீட்டிடுகிறோம்

$$[x - \bar{x}] = b_{xy} [y - \bar{y}]$$

$$x - 26 = 1.11 [y - 22]$$

$$x - 26 = 1.11y - 24.42$$

$$x = 1.11y - 24.42 + 26$$

$$x = 1.11y + 1.56$$

மணவியின் உயர $Y = 30$ எனில், கணவனின் உயர

$$X = 1.11[30] + 1.58$$

$$= 33.30 + 1.58$$

$$X = 34.88$$

மணவியின் உயர 30 எனில் கணவனின் உயர 34.88
சூதா இடுகீடு

X-ல் Y-இன் தொடர்புப் பாய்ச்சீலை

$$(Y - \bar{y}) = b_{yx} (X - \bar{x})$$

$$Y - 22 = 0.82 (X - 26)$$

$$Y = 0.82X - 21.32 + 22$$

$$Y = 0.82X + 0.68$$

கணவனின் உயர $X = 25$ எனில் மணவியின்
உயர

$$Y = 0.82(25) + 0.68$$

$$= 20.50 + 0.68$$

$$Y = 21.18$$

கணவனின் உயர 25 எனில், மணவியின்
உயர 21.18 சூதா இடுகீடு

* காலம் சாரி தொடர்வரிசை :- (Time series)

விளக்கம் :-

* காலத்திற்கிகி காலம் மாறிகளின் மதிப்பு மாறிக் கொண்டு இடுக்கின்றன. யோனாண்டையின் விளைச்சல் ; மக்கள் தொகை டொடுக்களின் உற்பத்தி மற்றும் விற்பனை காலப்போக்கில் மாறிக் தொண்டிடுப்பதை பார்க்கிறோம்.

பலிவேறு சம இடைவெளியுள்ள காலகட்டங்களில் மாறியின் மதிப்பு தேகரிக்கப்பட்டு கிறிப்பட்டு இடுப்பதைக் காலம் சாரி தொடர் வரிசை என்கிறோம். மாறிகளின் மதிப்பு காலத்தை சார்ந்து அமைவதால், அவை காலப்போக்கில் மாறிக் தொண்டிடுப்பதால் காலம்சாரி தொடர்வரிசை எனக் கூறப்படுகிறது.

t_1, t_2, t_3, \dots ஆகிய பலிவேறு காலகட்டங்களில் தேகரிக்கப்பட்ட மாறிகளின் மதிப்புகள் இறையே y_1, y_2, y_3 எனில் $y = f(t)$, அதாவது மாறிகளின் மதிப்பு காலத்தை சார்ந்து அமைகிறது.

கிங்கி காலம் என்பது ஆண்டுகளிலோ, மாதங்களிலோ, நாட்களிலோ அல்லது மணிகளிலோ கிறிக்கப்படலாம். ஆனால் பலிவேறு காலகட்டங்களுக்கிடையே உள்ள இடைவெளி சமமாக கிந்தல் வேண்டும்.

யுடு சினிமா தியேட்டரில் யுவ்வொடு நாளுமீ கிடைக்க கூடிய வகலை வரிசைப் -படுத்தினால் அதுவும் யுடு காலம் சாரி தொடர் வரிசையாகும். யுடு தேநாயாரியின் உலர் கூட்டன் அளவிகை 12 மணி தேரங்களுக்கி யுடு இறை அட்டவண்படுத்திக் கிறிப்பிட்டால் அதுவும் காலம் சாரி தொடர்வரிசையாகும்.

காலம்சாரி தொடர்வரிசைகளைப் படுதிகளீ :

காலம்சாரி தொடர்வரிசைகளைப் படுதாவாக நான்கி படுதிகளாக மாரிக்கலாம். அவை :-

- i) நீண்டகால போக்கி ; ii) படுவகால மாறுதல்களீ
- iii) சிழற்ச்சி மாறுபாடுகளீ அவ்வது வணிகச் சிழல்களீ ;
- iv) யுடுங்கற்ற மாறுதல்களீ .

i) நீண்டகாலப் போக்கி : (Long Term Trend)

மிக நீண்ட காலத்தில் விவரங்கள் பொதுவாக எஞ்சுகைய போக்கிணை காட்டுகின்றன என்பதை நீண்டகால போக்கி என்கிறோம்.

* நீண்டகாலம் என்பது பொதுவாக புள்ளிவிவரங்கள் போன்றவற்றில் 10 ஆண்டுகளுக்கு மேலானவையே நீண்டகாலப் போக்கை காட்டும். சில வேளைகளில் விவரங்களின் தன்மையை ஆட்டி எது சிறுவதாக இருக்கலாம்.

ii) படுவகால மாறுதல்கள் : (Seasonal Variation)

ஒரு ஆண்டின் படுவகாலங்களுக்கிடையே விவரங்கள் மாறுவதைப் படுவகால மாறுதல்கள் என்கிறோம். பொதுவாக உணிக நடவடிக்கைகளில் ஒரு சீரான மாற்றம் காணப்படுகிறது. குளிப்பானங்கள், சூடை படுகி ஆடைகளின் விற்பனை கோடை காலத்திலும், சூடான பானங்கள், கம்பளி ஆடைகளின் விற்பனை குளிர்காலத்தில் மிகவும் அதிகமாக காண்கிறோம். பொதுவாகப் படுவகாலத்தை ஆட்டி விவரங்கள் மாறுவதோடு பிற காரணங்களாலும் சில மாறுதல்கள்.

காரணிகள் :

1) படுவகால மாறுதல்களைத் தோற்றுவிப்பது படுவகாலத்து மாறுதல்கள், சீர்தோஷநிலை ஆகியவையாகும். உணர்ச்சிமய பொருள்களின் உற்பத்தி படுவகால காரணமாக மாறுகிறது. அவற்றின் விலை அல்லவது காலத்தில் சிறுநுத்து பின்னர் இழுவதைக் காணலாம்.

2. பழக்க வழக்கம் மரபு : சமூக பழக்க வழக்கங்கள் விற்பனையில் மாறுதல்களைத் தோற்றுவிக்கின்றன. நிதிமீட்டை காலங்களில் பட்டு, மேலதானங்கள், பந்தலி ஆலி பெடுக்கி போன்றவற்றின் தேவை கூடுகிறது. பண்டுகை காலங்களில் இனிப்பு மத்தாப்பு, ரொக்கம் முதலியவற்றின் தேவை பெடுகும்.

பயன்பாடுகள் :

1. தேவையான காலத்தில் விற்பனை செய்ய சிற்பொது பொருள்களை சேமித்து வைக்கலாம். உங்கிகள் மக்கள் பணத்தைப் பெறும் காலத்தில் ரொக்கம் சீகிக் சிறிப்பு வைக்க சிற்புள்ளது.

2. உற்பத்தியாளர்கள் எங்களது பொதுமக்கள் சீராக விற்பனையாகியும். வரையில் உற்பத்தியை மாற்றி அமைத்துக் கொள்ளலாம். கிரீக்காலத்தில் மின்விசிறி களைக் கழிவு வரையில் விற்பனையும், பொதுமக்களோடு அன்பளிப்புகளையும் வழங்கிவரவும் -யும் காணலாம்.

3. உச்ச தேவை காலங்களில் (peak season) அதிக பேருந்துகளை விட்டு போக்குவரத்து நெடுக்கடியைத் தீர்க்கலாம்.

4. உரிய காலத்தில் விளம்பரம் செய்வதன் மூலம் பொதுமக்களுக்கான விற்பனை வாய்ப்பை பெடுக்கலாம்.

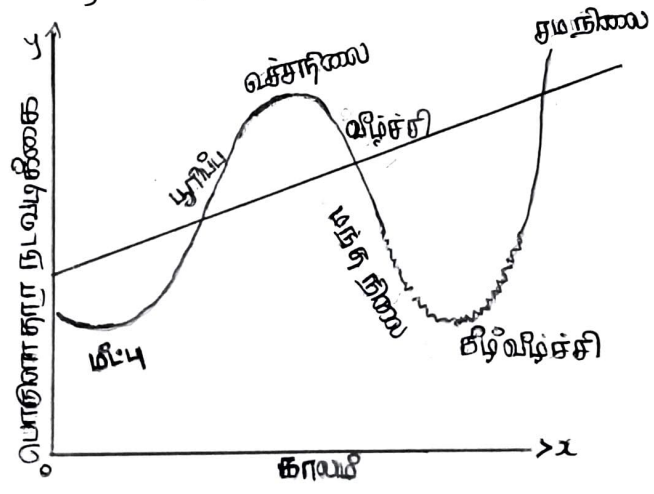
iii) சுழற்சி மாறுதல்கள் [Cyclical variations]

பொதுமக்களால், வணிக நடவடிக்கைகள் தொடர்பான காலத்தொடர் வரிசைகள் ஆரண்டிந்தி சமமாக கொடுக்கப்பட்டிருந்தால் அவற்றில் ஒடுங்கான ஏற்ற இறக்கச் சுழல்கள் காணப்படுவதை அறிகிறோம். இதுவே சுழற்சி மாறுபாடு ஆகும். வணிகம் மற்றும் தொழில் உற்பத்தி இறையவற்றில் நிதிமீத நிலைநிலை போக்கை ஆடி ஏற்ற இறக்கங்களோடு தோன்றும் வணிகச் சுழல்களை திசுந்தி எகாட்டாக கூறலாம். அவை அவைபோன்ற இயக்கம் உடையது. உச்ச நிலை (peak) சென்று கீழ்நிலை (trough) சென்று மறுபடியும் எழுவது. ஆகி கடப்பாற்ற பொதுமக்களாகியும் கிடை தோன்றுகின்றன.

பொதுமக்கள் வணிகச் சுழல்களைப் பாகங்கள் நான்காகும்.

1. புகழ் (prosperity) 2. வீழ்ச்சி (Recession) 3. மந்தம் (Depression)

4. மீட்டம் (Recovery); கீழ்வரும் படம் இதனை விளக்கும்.



மந்த காலத்தில் மக்களின் வடுவாய் கிறைவாகவும், சுவையாய்ப்பு கிறைந்தும், உற்பத்தி, விற்பனை கிறைந்து கிடுக்கிமீ. இசூட்டு கிறைய வட்டி கிறையுமீ, மொகுகத்தில் பொதுளாதார நடவடிக்கை கிறைந்து போகிமீ.

வீழ்ச்சி நிலை விறைந்து வடுகிறது பொதுளாதார நடவடிக்கைகள் கிறைந்து போகின்றன. ரொக்க வடுப்பி ஏற்படுகிறது. கடனையு கிறைகிறது. வேண்டியின்மை தோன்றி பரவுகிறது. வடுவாய், செலவு, விறை, திவாபம் கிறைந்து போகின்றன. திவாபை பொதுளாதார மந்தமாதிமீ.

அரசினி பணக்கொள்கை, நிதிக்கொள்கை, கட்டுப்பாட்டு முறைகள் ஆகியவை பொதுளாதாரத்தில் சூடு நிலைப்புத்தன்மையை ஏற்படுத்தி உதவுகின்றன.

iv) சூடுங்கற்ற மாறுதல்கள் (Irregular Variations)

மேற்கண்ட சூன்றுவழிகளில் தில்லாமல் நாம்காணும் காலக் தொடர் வரிசையின் சூடு பாகம் சூடுங்கற்ற திடிவெனக் தோன்றும் மாறுதல்களைக் கொண்டிடுக்கலாம். எதிர்்பாரத நிகழ்ச்சிகளால் திவை தோன்றுகின்றன. போர்காலத்தில் நுகர்வோர் பொதுள் உற்பத்தி வீழ்ச்சியடைகிறது. வெள்ளம், வறட்சிகாரணமாக உணவு உற்பத்தி மிகவும் கிறைந்து வடலாம்.

பாபிட்டனில் 1984 ஜூலை மாதம் தோன்றி சுரங்கக் தொழிலாளர் வேலை நிறுத்தம், துறைமுகக் தொழிலாளர் வேலை நிறுத்தம் ஆகியவை அந்நாட்டின் பொதுளாதாரத்தை சீர்குலைத்து விட்டதைக் காணலாம். தில்வாறு தோன்றும் வீழ்ச்சிகளில் திடுங்கு மிச்சிபெற நீண்டகாலம் ஆகிமீ.

திவை எதிர்்பாராமல் நிகழ்வன. வவரங்கள் சூடுங்கற்ற துன்மையி் திடுங்கு ஏன் வலகிள எண்டரை அறிந்து கொண்டு தக்க நடவடிக்கைகள் எடுக்கலாம்.

நீண்டகாலபொக்கை அளவடுதல் :

நீண்டகாலப் பொக்கை அறிவதனால் பல நன்மைகள் உண்டு. தாலம்சார் தொடர்வரிசையின் மற்ற படுகிகளை அறிய நீண்டகாலப் பொக்கை நீக்க வேண்டும். ஊர்ச்சி விகிதங்களை அறிந்து சூப்பட்டு தோக்கலாம். திடு தொழில்களின் நீண்டகால வளர்ச்சி பொக்கை அறிந்து சூப்பலாம். பிறப்பு, திறப்பு வகிதங்களை சூப்பலாம்.

நீண்டகாலப்போக்கினை அறியும் முறைகளைக் காண்போம். இதன் மூலம் எதிர்காலத்தின்போக்கி எவ்வாறு இருக்கும் என்பதை அறிந்து கொள்ளலாம்.

நகடுமீ சராசரி முறை :- (Moving Average)

நீண்டகாலப் போக்கினைக் காணப் பயன்படும் ஒரு சிறந்த முறை நகடுமீ சராசரிக்களைக் காண்போம். கிறுகிய கால ஏற்ற இறக்கங்களை நீக்கி நீண்டகாலப் போக்கினைத் துல்லியமாக காண இயலும் முறையாகும். இது கொடுக்கப்பட்டுள்ள மதிப்புகளுக்கு சராசரிக்களை தொடர்ச்சியாகக் காண வேண்டுமீ a,b,c,d என்பன மதிப்புகள் என்று வைத்துக்கொண்டு பின்னு ஆண்டு நகடுமீ சராசரி காண்கின்றோம் என்றால்.

$$\frac{a+b+c}{3} \quad \frac{b+c+d}{3} \quad , \quad \frac{c+d+e}{3}$$

என்று நகடுமீ சராசரிக்களைக் காணலாம்.

இதிலே விவரங்களை நன்கு கவனித்து அதிலுள்ள சீழலி ஏற்ற இறக்கங்களை காண வேண்டுமீ. ஆதி சீழலின் சராசரி மதிப்பைக் காணும் வகையில் நகடுமீ சராசரி ஆண்டுகளை நீர்மானிக்க வேண்டுமீ. பொதுக்குமான நகடுமீ சராசரி ஆண்டை நீர்நடுவெடுக்கும் போது அடுத்து வரும் ஆச்ச மதிப்புகளுக்கு இடையடை ஆண்டுகளின் எண்ணிக்கையையோ மிகக் குறைந்த மதிப்புகளுக்கிடையடை ஆண்டுகளின் எண்ணிக்கையையோ நகடுமீ சராசரி ஆண்டாக நீர்நடுவெடுக்க வேண்டுமீ.

நகடுமீ சராசரி ஆண்டுகள் ஏற்றாற்படல எண்களாக இருந்தால் போகி மதிப்புகளை எளிதாகக் கணக்கிட்டு வலலாம். மேலும் நகடுமீ சராசரி ஆண்டு மிகப்பெரியதாக இருந்தால் போகி மதிப்புகள் உண்மை மதிப்புகளை விட அதிகம் வலகிய போய்வடுமீ. விவற்றை நினைவல் வைத்து கொள்வது நல்லது. மின்பு போகி மதிப்புகளை வற்றைபுத்தலி கிறித்து நீண்டகாலப் போக்கிக்கோட்டினை வற்றையலாம்.

நகடுமீ சராசரி முறையின் நிறைவுகள் இறைகளுமீ.

நிறைவுகள் :

1. இது போகி மதிப்புகளைக்காணும் எனய முறையாகும்.
2. எவடுமீ கணக்கிக்கடிய கூட்டுசராசரியின் அடிப்படையல் கணக்கிலலாம்.
3. இது துல்லியமான முறையாகும். பின்னு ஆண்டு நகடுமீ சராசரி எடுத்துக் கொண்பால் பாவற்றிட்டுமீ போகி மதிப்புகள் பூற்றுபோலவே கிறுடகடுமீ.

4. சீழல் ஏற்ற அறக்கங்கள் சீராக காணப்படினி இம்முறையே சிறந்த முறையாகிம்.

5. அது நெகிழ்ச்சியான முறையாகிம். சேயும் சீல வலரங்கள் சேர்ந்து ரெண்பாயும் போக்சி மகிப்புனர் மாறது. சேயும் சீல போக்சி மகிப்பு கிடைக்கிம்.

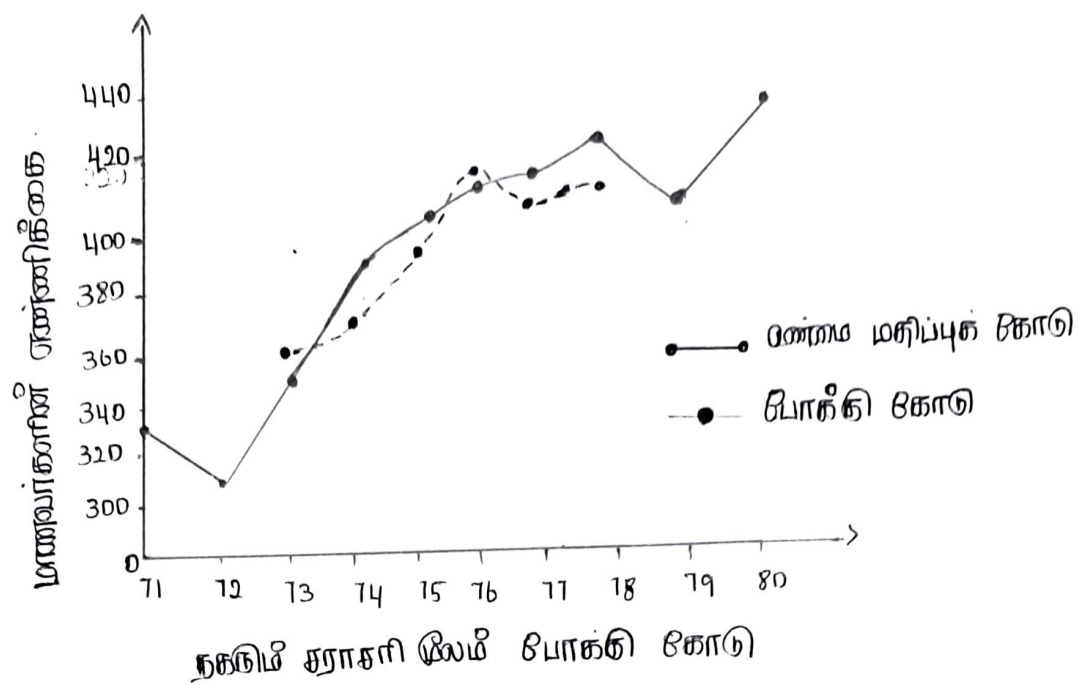
நிறைகள் :

- 1. எல்லா அண்டுநகக்சிம் போக்சி மகிப்பு கிடைக்காது.
- 2. எல்லா காலக்தொடர் வரிசையிலும் சீழல் ஏற்ற அறக்கங்கள் சீராகக் காணப்பாது.
- 3. எக்சணை அண்டு நகக்சிம் சராசரி எடுப்பது என்பது திட்டமாகத் தீர்மானிக்கக் கூடியதல்ல. அதற்கி வழிமுறை இல்லை.
- 4. எதிர்கால போக்சைத் தீர்மானிக்க அது பொதிக்குமான முறை அல்ல.

problem :

i) பரிவர்த்தி காலக்தொடர் வரிசைக்கி 5 அண்டு நகக்சிம் சராசரி காண்பொயீ.

அண்டு	மாணவர்கள்	5 அண்டுகள் மொத்தம்	5 அண்டு நகக்சிம் சராசரி
1971	332	-	-
1972	317	-	-
1973	357	1800	360
1974	392	1873	374.6
1975	402	1965	393.2
1976	405	2036	407.2
1977	410	2049	409.8
1978	427	2085	417
1979	405	-	-
1980	438	-	-



இங்கி இசல் ஐந்து ஆண்டுக்கான மளிப்புக்களைக் கூட்டி அதை நடு ஆண்டிற்கு நேராக எடுத்துறாம். ணவே இசல் இரண்டு ஆண்டுகளுக்கு நகடுமீ சராசரி கிடைக்காது.

கிறிப்பு : a b c d எனில் ஐந்தாண்டு நகடுமீ

$$\begin{aligned} \text{சராசரிகள்} &= \frac{a+b+c+d+e}{5} \\ &= \frac{b+c+d+e+5f}{5} \end{aligned}$$

கிறைநீசு வர்க்க மறை (Method of Least Squares)

* கிறு யுடு கணக்கியல் மறையாகிமீ கிறைநீசு வர்க்க மறையை பயன்படுக்கி போக்சி கோட்டிற்கான சமன்பாடு ண்டெயிடக்கப்படுகிறது.

கிறைநீசு வர்க்க மறையை பயன்படுத்தி காணப்பெறுமீ போக்சி கோட்டின் சமன்பாடு $y_c = a + bx$ இதில் y_c என்பது போக்சி மதிப்பணியும் x என்பது காலத்தையும் கிறிப்புகின்றது.

இச்சமன்பாடு இரண்டு நிபந்தனைகளை நிறைவு செய்துகிறது.

- 1) $\sum (y - y_c) = 0$
- 2) $\sum (y - y_c)^2$ கள் மதிப்பு மிகவும் கிறையு.

i) $\sum y = na + b \sum x$

ii) $\sum xy = a \sum x + b \sum x^2$

செய்முறை :

கொடுக்கப்பட்டுள்ள ஆண்டுகளில் மூன்றாம் ஆண்டு (origin) எடுத்துக்கொண்டு மூலவாதி ஆண்டிற்கான x - மதிப்புகளைக் கொடுக்க வேண்டும். மூல ஆண்டுக்கான x மதிப்பு 0 ஆகும். அதற்கு முந்திய ஆண்டுகளுக்கு எகிரிட்டை மதிப்புகளையும்; அதற்கு மந்திய ஆண்டுகளுக்கு நேரிடைய மதிப்புகளையும் கொடுக்க வேண்டும்.

$\sum x = 0$ என்று வகுமானு மூல ஆண்டை அமைத்துக்கொண்டால் a, b களைக் கிடைத்து எளிது

$\sum x = 0$ எனில் $a = \frac{\sum x}{n} : b = \frac{\sum xy}{\sum x^2}$

$Y_c = a + bx$ என்ற சமன்பாட்டில் 'a' என்பது மூல ஆண்டுக்கான போக்கி மதிப்பாகும். மாற்றி 'b' என்பது வீதக் கூறையும் குறிக்கும்.

Problem :

பின்வரும் விவரங்களுக்கு போக்கிக் கொடு உரைந்து 1985 ஆம் ஆண்டிற்கான போக்கி மதிப்புகளை காண்க.

ஆண்டு	1978	1979	1980	1981	1982	1983	1984
தீர்வு	2	5	8	10	12	15	20

ஆண்டு	மதிப்பு	x	xy	y
1978	2	-3	-6	9
1979	5	-2	-10	4
1980	8	-1	-8	1
1981	10	0	0	0
1982	12	1	12	1
1983	15	2	30	4
1984	20	3	60	9
மொத்தம்	72	0	78	28

$$n=7$$

$$a = \frac{\sum y}{n} = \frac{28}{7} = 10.29$$

$$b = \frac{\sum xy}{\sum x^2} = \frac{78}{28} = 2.79$$

$$\therefore \text{பாக்கீஜ் சமன்பாடு } y_c = 10.29 + 2.79x$$

$$\therefore x=5$$

$$\begin{aligned} y_c &= 10.29 + 2.79 \times 5 \\ &= 10.29 + 13.95 \\ &= 24.24 \end{aligned}$$

1985 ஆம் ஆண்டிற்கான பாக்கீஜ் மதிப்பு

$$y_c = 24.24$$

கிறைநஞ்சு வரிகீக முறையின் நிகறகநுமீ கிறைகநுமீ :

நிறைகநீ :

- i) கிறை கணகீகியல் முறையாகும். சூல்வியமான மதிப்புக்களைக் காண முடியும்.
- ii) தனிவாரீ வரையு வெறுப்புக்கட்கி உடம் இல்லை.
- iii) இதனீ சிடிப்பகையல் கிறைகீகிம் கோடு மகபி பொறுக்குமான கோடாகும்.
- iv) சலீவா ஆண்டுக்கீகிம் போகீகி மதிப்புகளீ கிறைகீகிம்
- v) சூல்வியமான முகிர கோடமுறை பெறுவதால் வளர்ச்சி ஆல்விற்கி

கிறை பெரிதும் பயன்படுகிறது.

கிறைகநீ :

- i) கிம்முறை கணகீகிவகீகி எளிதானதல்
- ii) புறகீகோடி மதிப்புகளால் பெரிதும் கணகீகீடு பாதிக்கப்படுகிறது.
- iii) எதிர்காலத்துக்கான மதிப்புகளை கணிக்க முடிந்தாலும் அதனை முடிவாக நம்பவட முடியாது. புறக்கணிப்பு தவறான முடிவை தர வாய்ப்பு உண்டு.

iv) சில வேளைகளில் கிங்கணகீகியல் முறையைவிட சிறையைகான முன்னியலாளாரீ கையால் வரையும் போகீகி கோடு தெளிவான சீயாக்கிணைக் காட்டுமீ.